

*Comparación del análisis factorial múltiple (AFM) y del  
análisis en componentes principales para datos cualitativos  
(Prinqual), en la construcción de índices*

MARTHA OLIVA BECERRA AVELLA  
CÓDIGO: 832213



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
BOGOTÁ, D.C.  
JUNIO DE 2010

*Comparación del análisis factorial múltiple (AFM) y del  
análisis en componentes principales para datos cualitativos  
(Prinqual), en la construcción de índices*

MARTHA OLIVA BECERRA AVELLA  
CÓDIGO: 832213

TRABAJO DE TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA

DIRECTOR  
CAMPO ELÍAS PARDO TURRIAGO  
MASTER EN ESTADÍSTICA



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
BOGOTÁ, D.C.  
JUNIO DE 2010

**Título en español**

Comparación del análisis factorial múltiple (AFM) y del análisis en componentes principales para datos cualitativos (Prinqual), en la construcción de índice.

**Title in English**

Comparison of Multiple Factor Analysis (MFA) and Principal Component Analysis for Qualitative Data (Prinqual) in the construction of indices.

**Resumen:** Se presentan los conceptos teóricos de los métodos: análisis factorial múltiple (AFM) (Escofier & Pages 1982, Escofier & Pages 1992) y análisis en componentes principales para datos cualitativos (Prinqual) (SAS 1990, Michailidis & de Leeuw 1998, Tenenhaus 1977). Se muestran algunas formas de expresar la primera componente principal como un índice sintético, ilustrándolas con la construcción del índice calidad de vida. Se comparan los dos métodos, en el contexto de la construcción de índices sintéticos, desde el punto de vista teórico. Por último, los métodos comparados se emplean en la construcción del índice de competitividad para las Pymes.

**Abstract:** This thesis presents the theoretical concepts of two methods: Multiple Factor Analysis (FMA) (Escofier & Pages 1982, Escofier & Pages 1992) and Principal Component Analysis for Qualitative Data (Prinqual) (SAS 1990, Michailidis & de Leeuw 1998, Tenenhaus 1977). It is shown some ways to express the first principal component as a synthetic index in order to derive a quality of life index. It is also shown how to use these methods to derive a competitiveness index of Small Establishments. Both methods are compared from a theoretical point of view.

**Palabras clave:** Variables latentes, análisis factorial múltiple, análisis en componentes principales para datos cualitativos, índices sintéticos, cuantificación óptima.

**Keywords:** Latent Variables, Multivariate Data Analysis, Optimal Scaling, Principal Component Analysis for Qualitative Data, Synthetic Indices.

# Nota de aceptación

Trabajo de tesis

Aprobado

---

Jurado  
Leonardo Trujillo

---

Jurado  
Luis Guillermo Díaz

---

Jurado  
Jimmy Corzo

---

Director  
Campo Elías Pardo

Bogotá, D.C., Junio 22 de 2010

---

## Dedicado

---

A mi familia por su amor y comprensión, quienes pacientemente esperaron de mi atención, principalmente a mi hijo Manuel Fernando por su amor y complicidad y muy especialmente a mis amigos.

---

## Agradecimientos

---

Agradezco a las directivas de la Universidad Central por el apoyo económico, al profesor Campo Elías Pardo Turriago por su dedicación, exigencia y dirección, al profesor Luis Guillermo Díaz Monroy por su apoyo y colaboración, a mi familia y especialmente a mi hijo Manuel Fernando por su amor y complicidad.

---

# Índice general

---

<b>Índice general</b>	<b>I</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>IV</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>VI</b>
<b>Introducción</b>	<b>VII</b>
<b>1. AFM y Prinqual</b>	<b>1</b>
1.1. Notación . . . . .	1
1.2. Análisis factorial múltiple (AFM) . . . . .	3
1.3. Análisis en componentes principales para datos cualitativos (Prinqual) . . . . .	6
1.3.1. Cuantificación óptima . . . . .	8
1.3.1.1. Cuantificaciones óptimas para variables nominales . . . . .	8
1.3.1.2. Cuantificaciones óptimas para variables ordinales . . . . .	11
<b>2. Construcción de índices sintéticos</b>	<b>15</b>
2.1. Métodos estadísticos multivariados para construir índices sintéticos . . . . .	15
2.2. Otras metodologías para construir índices sintéticos . . . . .	17
2.2.1. Prinqual y ACP de índices de grupos . . . . .	17
2.2.2. ACP - ACM y ACP de índices de grupos . . . . .	17
2.3. Reescalamiento . . . . .	18
2.3.1. Transformación lineal . . . . .	18
2.3.2. Puntajes no negativos . . . . .	19
2.4. Ejemplo de un índice sintético . . . . .	21
2.4.1. Índice de calidad de vida (ICV) . . . . .	21

---

2.4.1.1.	Estructura de la información . . . . .	22
2.4.1.2.	Construcción del índice de calidad de vida (ICV) . . . . .	23
2.4.1.3.	Análisis de puntajes . . . . .	24
2.4.1.4.	Caracterización de hogares . . . . .	24
<b>3.</b>	<b>Comparación de los métodos AFM y Prinqual</b>	<b>27</b>
3.1.	Índices sintéticos iguales . . . . .	27
3.2.	Índices sintéticos diferentes . . . . .	28
3.3.	Cambios para obtener índices sintéticos iguales . . . . .	29
3.4.	Conclusiones . . . . .	30
<b>4.</b>	<b>Índice de competitividad para Pymes (ICP)</b>	<b>32</b>
4.1.	Desarrollo conceptual . . . . .	32
4.1.1.	Competitividad . . . . .	32
4.1.2.	Pymes . . . . .	34
4.1.3.	El modelo de Análisis . . . . .	35
4.1.3.1.	Elementos estructurales o áreas de análisis de una Pyme . . . . .	35
4.1.3.2.	Selección de los ejes de análisis . . . . .	37
4.1.4.	Estructura de la información de las empresas Pymes . . . . .	38
4.2.	Construcción del índice de competitividad para Pymes (ICP) . . . . .	40
4.2.1.	ICP con el método AFM . . . . .	40
4.2.2.	ICP con el método Prinqual . . . . .	41
4.2.2.1.	Análisis de puntajes . . . . .	46
4.3.	Caracterización de las Pymes . . . . .	46
4.3.1.	Caracterización de grupos . . . . .	47
4.4.	Análisis del Índice de competitividad . . . . .	48
4.5.	Interpretación de resultados obtenidos por AFM . . . . .	51
<b>5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>55</b>
<b>A.</b>	<b>Generalidades del análisis en componentes principales ponderado</b>	<b>57</b>
<b>B.</b>	<b>Cuantificación óptima y mínimos cuadrados alternantes</b>	<b>60</b>
<b>C.</b>	<b>Información para la construcción del ICP</b>	<b>62</b>
C.1.	Documentación básica de una Pyme . . . . .	62



---

C.2. Base de datos de las Pymes . . . . .	62
C.3. Modelo de análisis para el índice de competitividad de las Pymes . . . . .	73
C.4. Caracterización de las Pymes del grupo 4 . . . . .	85
<b>Bibliografía</b>	<b>87</b>

---

## Índice de tablas

---

2.1. Variables para la construcción del ICV . . . . .	22
2.2. Puntajes de la variable eliminación de excretas (EE) . . . . .	23
2.4. Clasificación de hogares . . . . .	24
2.3. Puntajes para el índice de calidad de vida . . . . .	26
4.1. Características de las Pymes . . . . .	34
4.2. Grupos y variables para construir el ICP . . . . .	39
4.3. Puntajes de la variable plan de producción. AFM . . . . .	41
4.4. Puntajes de la variable plan de producción. Prinqual . . . . .	42
4.5. Puntajes para la construcción del ICP . . . . .	43
4.6. Puntajes variables cuantitativas . . . . .	45
4.7. Ordenación de las Pymes por medio del ICP . . . . .	45
4.8. Clasificación de Pymes . . . . .	47
4.9. Puntajes del ICP para la empresa 19 . . . . .	50
4.10. ICP de grupos para la empresa 19 . . . . .	50
4.11. Descomposición de la inercia de la primera componente principal . . . . .	52
4.12. Correlaciones para el primer eje del AFM con las de cada uno de los grupos . . . . .	52
4.13. Coeficientes RV de relación entre grupos . . . . .	54
4.14. Coeficientes Lg de relación entre grupos . . . . .	54
C.1. Información de Pymes por variables . . . . .	63
C.2. Información de Pymes por variables. (Continuacion= . . . . .	64
C.3. Información de Pymes por variables . . . . .	65
C.4. Información de Pymes por variables . . . . .	66
C.5. Información de Pymes por variables . . . . .	67

---

C.6. Información de Pymes por variables . . . . .	68
C.7. Información de Pymes por variables . . . . .	69
C.8. Información de Pymes por variables . . . . .	70
C.9. Información de Pymes por variables . . . . .	71
C.10. Información de Pymes por variables . . . . .	72
C.11. Matriz estratégica. Temas relevantes . . . . .	74
C.12. Matriz estratégica. Temas relevantes (continuación) . . . . .	75
C.13. Matriz estratégica. Temas relevantes (continuación) . . . . .	76
C.14. Matriz de análisis. Documentos . . . . .	77
C.15. Matriz de análisis. Documentos (continuación) . . . . .	78
C.16. Matriz de análisis. Documentos (continuación) . . . . .	79
C.17. Matriz de indicadores. . . . .	80
C.18. Matriz de indicadores. (continuación) . . . . .	81
C.19. Matriz de indicadores.(continuación) . . . . .	82
C.20. Matriz de indicadores.(continuación) . . . . .	83
C.21. Matriz de indicadores.(continuación) . . . . .	84
C.22. Características de las Pymes del grupo 4 . . . . .	85
C.23. Características de las Pymes del grupo 3 AFM . . . . .	85
C.24. Características de las Pymes del grupo 3 Prinqual . . . . .	85
C.25. Características de las Pymes del grupo 2 AFM . . . . .	85
C.26. Características de las Pymes del grupo 2 Prinqual . . . . .	86
C.27. Características de las Pymes del grupo 1 AFM . . . . .	86
C.28. Características de las Pymes del grupo 1 Prinqual . . . . .	86

---

## Índice de figuras

---

1.1. Matriz $\mathbf{X}$ conformada por la yuxtaposición de tablas. . . . .	2
1.2. Matriz o tabla de datos transformados $\mathbf{X}^*$ . . . . .	7
2.1. Matriz o tabla de datos de la información de hogares . . . . .	22
2.2. Clasificación de hogares con los métodos AFM y Prinqual . . . . .	25
2.3. Histograma índices AFM y Prinqual . . . . .	25
4.1. Matriz o tabla de datos de la información de las Pymes . . . . .	39
4.2. Clasificación de Pymes con los métodos AFM y Prinqual . . . . .	47
4.3. Histograma . . . . .	48
4.4. Grupos o criterios de análisis . . . . .	51
4.5. Representación de las primeras componentes principales de cada grupo . . . . .	52
4.6. Círculo de correlaciones . . . . .	53
4.7. Puntos medios y puntos parciales . . . . .	53
A.1. Diagrama de dualidad . . . . .	59
B.1. Algoritmos ALSOS . . . . .	61

---

## Introducción

---

Algunos de los problemas que interesan a investigadores o tomadores de decisiones ante situaciones determinadas, están referidos a variables o características de individuos, que, si bien no se pueden observar de manera directa, se explican a través de un conjunto de indicadores simples que las determinan. Variables de esta naturaleza se denominan latentes (Escobar 2006, Herrero, Figueroa & Sanz 2006).

Una forma de medir una variable latente, es a través de la construcción de índices sintéticos, que resumen la información de las variables cuantitativas o cualitativas. Con la combinación de los índices simples, se construyen índices sintéticos, que no explican todos los factores que describen la variable latente, sólo son una aproximación a ella.

El índice sintético es una medida obtenida a partir de indicadores simples, por medio de una suma ponderada de estos indicadores; Existen muchas formas de calcular las ponderaciones, como: cálculos heurísticos, métodos estadísticos y matemáticos.

Para la construcción de un índice sintético, se pueden utilizar métodos estadísticos multivariados entre los cuales se encuentran: el análisis factorial múltiple (AFM) (Escofier & Pages 1982, Escofier & Pages 1992) y el análisis en componentes principales para datos cualitativos (Prinqual) (Young 1981), que son el objeto de estudio en este trabajo.

El método AFM se ha utilizado en la construcción de índices sintéticos, tales como: indicadores e índices sociales presentados en la tesis doctoral de Rodríguez (2002); el índice de desarrollo humano (IDH) (Carrasco & Arredondo 2006), recientemente tratado también por García & Puerta (2008); índice de infraestructura en España estudiado por García & Abascal (2004).

Algunos trabajos encontrados en la literatura sobre la construcción de índices sintéticos en los que se utiliza el método Prinqual son: el índice de condiciones de vida modificado Acosta (1997) y el índice de calidad de vida (ICV) (Cortés, Gamboa & González 1999, Castaño 2004, Castaño 2005, Arellano & Parra 2000, Martínez 2004, Gamboa, Guerra, Casas & Forero 2005, Ocampo & Forondaz 2007). Nina, Grillo & Karpf (2007) comparan los siguientes índices: Sisben, línea de pobreza y el índice de necesidades básicas insatisfechas para identificar el mejor indicador de pobreza en Colombia, para la orientación del gasto público social. Otros ejemplos son: el índice del Sisben en Colombia (Vélez, Castaño & Deutsch 1999, Castañeda 2005), índices de pobreza, de pobreza intangible, de bienestar, de esperanza de vida, de satisfacción de hogares, tratados por Marcelo & Villa (2004).

Otros artículos construyen índices sintéticos utilizando análisis en componentes princi-

pales (ACP): índice de desarrollo municipal (DNP 2000); indicadores de desarrollo sostenible (Aguado, Barrutia & Echebarria 2007); índice de rendimiento estudiantil (Garnica 1997) y el indicador global de competitividad de las ciudades colombianas (Quintero, López, Guardo, Villadiego & García 2008).

La presente investigación muestra la construcción de índices sintéticos, por medio de los métodos AFM y Prinqual, es de carácter descriptivo-metodológico y se enmarca dentro del Proyecto de investigación: Comparación de métodos multivariados para el análisis de tablas estructuradas que dirige el profesor Campo Elías Pardo Turriago, otras tesis en este proyecto de investigación son: Comparación de los métodos tucker 3 y análisis factorial múltiple para el análisis de datos tres vías (Bautista 2009), Comparación entre el análisis canónico de correspondencias y el análisis factorial múltiple en tablas de frecuencias y variables continuas (Vertel 2009) y la Combinación del análisis factorial múltiple y el análisis armónico cualitativo en la descripción de datos longitudinales cualitativos (Corrales 2010).

En el capítulo uno, se exponen los conceptos generales de los métodos seleccionados AFM y Prinqual, sus procedimientos y particularidades, puntualizando qué en ambos métodos se utilizan variables cuantitativas o cualitativas. En el método AFM, se estructuran las variables en grupos de acuerdo a su tipología. Estos grupos son ponderados para ser estudiados en un análisis global. En el método Prinqual, se estructuran las variables en grupos, solamente para transformarlas, mediante la aplicación iterativa de métodos de cuantificación y del con análisis en componentes principales, asignando a las variables cualitativas valores óptimamente cuantificados.

En el capítulo dos, para la construcción de índices sintéticos con los métodos estudiados, se muestran algunas formas de expresar la primera componente principal en una escala de 0 a 100, ilustrando la construcción del índice de calidad de vida.

En el capítulo tres, se comparan los dos métodos, en el contexto de la construcción de índices sintéticos, desde el punto de vista teórico. Esta comparación permite determinar sus aproximaciones y diferencias, igualmente la pertinencia de su aplicación en situaciones específicas. Se explican los casos en donde los índices construidos son distintos y se proponen cambios que pueden introducirse en cada uno de los procedimientos, para lograr el mismo índice.

En el capítulo cuatro, se aplican los métodos AFM y Prinqual en la construcción del índice sintético de competitividad de Pymes en Colombia (ICP), problema de gran interés, que ha motivado un estudio adelantado por el grupo de investigación Tecnimat, de la Universidad Central (Tecnimat 2009), cuya información se utiliza en este trabajo. También, se realiza el análisis de los resultados, la comparación de los índices y su interpretación.

Por último y como consecuencia del estudio de conceptos teóricos de los métodos, los ejemplos desarrollados, la comparación efectuada y las proposiciones que de ésta se generan, se formulan una serie de conclusiones que pueden motivar a quienes se interesan por la medición de variables latentes, los métodos AFM y Prinqual y la obtención de índices sintéticos.

## Análisis factorial múltiple (AFM) y análisis en componentes principales para datos cualitativos (Prinqual)

---

### 1.1. Notación

En la aplicación de métodos multivariados de análisis de datos, es usual contar con “individuos” descritos por variables cuantitativas y cualitativas, estas últimas medidas en escala nominal u ordinal.

La matriz de datos, denotada por  $\mathbf{Y}$ , se considera estructurada en tres subtablas:  $\mathbf{Y}_c$  para las variables cuantitativas,  $\mathbf{Y}_q$  para las variables nominales y  $\mathbf{Y}_o$  para las variables ordinales; la estructura de matriz  $\mathbf{Y}$  es:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_c \quad \mathbf{Y}_q \quad \mathbf{Y}_o] \quad (1.1)$$

Si se requiere considerar grupos de variables en cada una de las subtablas, se induce una estructura de grupos. Es decir:  $\mathbf{Y}_c = [\mathbf{Y}_{c1}, \dots, \mathbf{Y}_{cJ_c}]$  conjunto de variables cuantitativas;  $\mathbf{Y}_q = [\mathbf{Y}_{q1}, \dots, \mathbf{Y}_{qJ_q}]$  conjunto de variables nominales y  $\mathbf{Y}_o = [\mathbf{Y}_{o1}, \dots, \mathbf{Y}_{oJ_o}]$  conjunto de variables ordinales.

A partir de la matriz  $\mathbf{Y}$  se construye la matriz  $\mathbf{X}$  cuya estructura es:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_c \quad \mathbf{Z}_q \quad \mathbf{Z}_o] \quad (1.2)$$

donde

- $\mathbf{X}_c$  es la matriz que contiene las estandarizaciones de las variables cuantitativas de la matriz  $\mathbf{Y}_c$ , el término general de la matriz  $\mathbf{X}_c$  es:

$$X_j = \frac{Y_j - \bar{Y}_j}{\sigma_{Y_j}} \quad (1.3)$$

para  $j = 1, \dots, J_c$ .

- $\mathbf{Z}_q$  es la matriz en la forma de una tabla disyuntiva completa (TDC), la cual representa la codificación de variables cualitativas, en este caso variables nominales. El término general de esta matriz indicadora es  $z_{ikj} = 1$  en presencia de la categoría y 0 en ausencia, los términos  $i, k, j$  indican:
  - $i$  un individuo o unidad estadística, en general  $i = 1, \dots, I$
  - $k$  una variable cuantitativa o categórica, en general  $k = 1, \dots, K$
  - $j$  un conjunto de variables, en general  $j = 1, \dots, J$
- $\mathbf{Z}_o$  es la matriz en la forma de una tabla disyuntiva completa (TDC) y es la codificación de variables nominales. El término general de esta matriz indicadora es  $z_{ikj} = 1$  en presencia de la categoría y 0 en ausencia.

La matriz  $\mathbf{X}$ , toma la estructura que se muestra en la figura 1.1. La notación utilizada se adopta de Bécue & Pagès (2008) y el significado de los términos se presentan a continuación:

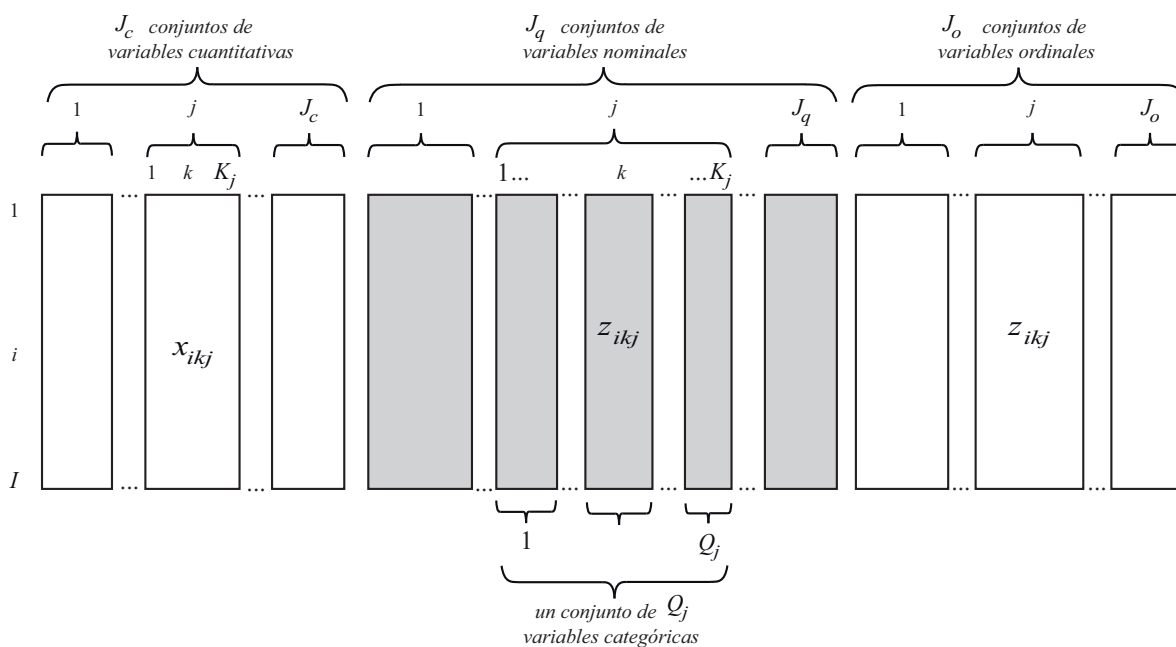


Figura 1.1: Matriz  $\mathbf{X}$  conformada por la yuxtaposición de tablas.

- $I$  individuos o unidades estadísticas
- $J_c$  número y conjuntos de variables cuantitativas
- $J_q$  número y conjuntos de variables nominales
- $J_o$  número y conjuntos de variables ordinales



- $J$  número y conjuntos de variables, donde
 
$$J = J_c + J_q + J_o, \quad \text{o bien } J = J_c \cup J_q \cup J_o$$
 los símbolos  $I, J, J_c, J_q, J_o, K, K_j$ , hacen referencia tanto al conjunto como al cardinal del conjunto, ver Bécue & Pagès (2008).
- $K_j$  es el número total de categorías en un conjunto  $j$ , con  $Q_j$  variables en el conjunto.
- $I \times K_j$  es la tabla asociada a un conjunto  $j$ .
 
$$K = \sum_{j \in J} K_j$$
 número total de columnas de todos los  $J$  conjuntos.
- Las  $J$  tablas forman una tabla o conjunto global de tamaño  $I \times K$ .
- Para los  $J_c$  grupos o conjuntos de variables cuantitativas, los  $K_j$  son tanto el número de columnas como el número de variables.
- Para un grupo  $j$  con  $Q_j$  variables cualitativas (nominales u ordinales) el número total de columnas  $K_j$  representa el número total de categorías (modalidades) asumidas a través de las  $Q_j$  variables.
- Cruzando una fila  $i$  con una columna  $k$  en la tabla  $j$  tenemos:
  - Si  $j$  es un conjunto de variables cuantitativas,  $x_{ikj}$  es el valor asumido por el  $i$ -ésimo individuo, en la variable  $k$ .
  - Si  $j$  es un conjunto de variables cualitativas (nominales u ordinales),  $z_{ikj} = 1$ , si el  $i$ -ésimo individuo selecciona la modalidad  $k$  y 0 si no la selecciona.

## 1.2. Análisis factorial múltiple (AFM)

El método AFM desarrollado por Escofier & Pages (1992), es un análisis en componentes principales (ACP) ponderado (ver apéndice A), que busca representar una nube de puntos en un espacio de menor dimensión, donde se conserven “lo mejor posible” las distancias entre individuos. Este objetivo es equivalente a buscar menor dispersión o variabilidad en el espacio donde se proyecta la nube.

El AFM, es uno de los métodos estadísticos multivariados con el que se puede analizar tablas de datos la cual contiene,  $J_c$  grupos o tablas de variables cuantitativas,  $J_q$  grupos o tablas de variables cualitativas (nominales) y los  $J_o$  grupos o tablas de variables cualitativas (ordinales), como la tabla de la figura 1.1.

El método AFM se desarrolla en dos etapas:

### 1. Análisis separados

Realizar ACP para cada uno de los  $J_c$  grupos o tablas de variables cuantitativas, y realizar un análisis de correspondencias múltiples (ACM) para cada uno de los  $J_q$  grupos o tablas de variables cualitativas (nominales) y los  $J_o$  variables cualitativas (ordinales). En el método AFM el tratamiento para los grupos o conjuntos de variables nominales y ordinales es el mismo.

En esta etapa se retiene en cada uno de los análisis, el mayor valor propio (llamado primer valor propio) denotado por  $\lambda_1^j$ . (Escofier & Pages 1992).

## 2. Análisis global

Es un *ACP* ( $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{D}$ ) donde las matrices  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{M}$  y  $\mathbf{D}$  se estructuran así:

- $\mathbf{X}$ , es la matriz de datos transformados:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_c \quad \mathbf{Z}_q \quad \mathbf{Z}_o] \quad (1.4)$$

- $\mathbf{M}$ , es la matriz de métrica (ver Escofier & Pages (1982)):

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{J_c} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}^{J_q} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}^{J_o} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

donde  $\mathbf{M}^{J_c}$  es la matriz de métrica para los conjuntos de variables cuantitativas conformada por  $J_c$  bloques, la matriz  $\mathbf{M}^{J_c}$  tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{M}^{J_c} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & 0 \\ \vdots & & \mathbf{M}_j & \vdots \\ & & & \ddots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{M}_{J_c} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

cada matriz  $\mathbf{M}_j = \frac{1}{\lambda_1^j} \mathbf{I}_{K_j}$ , donde  $\mathbf{I}_{K_j}$  la matriz idéntica de orden  $K_j \times K_j$  con  $j \in J_c$ .

$\mathbf{M}^{J_q}$  es la matriz de métrica para los conjuntos de variables nominales definida por  $J_q$  bloques, la matriz  $\mathbf{M}^{J_q}$  tiene la forma:

$$\mathbf{M}^{J_q} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & 0 \\ \vdots & & \mathbf{M}_j & \vdots \\ & & & \ddots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{M}_{J_q} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

cada matriz es de la forma  $\mathbf{M}_j = \frac{1}{\lambda_1^j} \text{diag} \left( \frac{I_k}{IQ_j} \right)$ , donde  $I_k$  es el número de individuos que seleccionan la categoría  $k$ ,  $I$  es el número de individuos y  $Q_j$  es el número de variables cualitativas (nominales) en el grupo  $j$ .

La definición de la matriz de métrica  $\mathbf{M}^{J_o}$ , para los conjuntos de variables cualitativas (ordinales) definida por  $J_o$  bloques, es similar a la definida para las variables nominales.

- y  $\mathbf{D}$  es la matriz de pesos:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{I} \mathbf{I}_I \quad (1.8)$$

donde  $\mathbf{I}_I$  es la matriz idéntica de tamaño  $I \times I$ , ver Escofier & Pages (1992) y Lebart et al. (1995).

Del análisis global expresado como un ACP ponderado, la matriz de métrica  $\mathbf{M}$ , la matriz de pesos  $\mathbf{D}$  y las coordenadas del individuo  $i$  sobre el primer eje factorial, se obtienen los valores de la primera componente principal, que expresada como una suma ponderada es:

$$\begin{aligned} F_1(i) = & \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \sum_{j \in J_c} \frac{1}{\lambda_1^j} \left[ \sum_{k \in K_j} x_{ikj} G_1(kj) \right] + \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \sum_{j \in J_q} \frac{1}{\lambda_1^j Q_j} \left[ \sum_{k \in K_j} z_{ikj} G_1(kj) \right] \\ & + \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \sum_{j \in J_o} \frac{1}{\lambda_1^j Q_j} \left[ \sum_{k \in K_j} z_{ikj} G_1(kj) \right] \end{aligned} \quad (1.9)$$

donde:

- $\lambda_1^j$  es el primer valor propio del análisis del grupo  $j$ .
- $\lambda_1$  es el primer valor propio del análisis global.
- $G_1(kj)$  son las coordenadas factoriales de las variables para  $kj$  que representa la variable  $k$  perteneciente al grupo  $j$ .

La suma ponderada o combinación lineal (1.9) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} F_1(i) = & \sum_{j \in J_c} \sum_{k \in K_j} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \frac{1}{\lambda_1^j} G_1(kj) x_{ikj} + \sum_{j \in J_q} \sum_{k \in K_j} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \frac{1}{\lambda_1^j Q_j} G_1(kj) z_{ikj} \\ & + \sum_{j \in J_o} \sum_{k \in K_j} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \frac{1}{\lambda_1^j Q_j} G_1(kj) z_{ikj} \end{aligned}$$

De manera general, la primera componente principal del método AFM es:

$$F_1(i) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} m_{kj} u_{kj} x_{ikj} \quad (1.10)$$

donde  $m_{kj}$  es la métrica en la nube de individuos:

$$m_{kj} = \begin{cases} \frac{1}{\lambda_1^j}, & \text{si } j \in J_c \\ \frac{I_K}{\lambda_1^j I_{Q_j}}, & \text{si } j \in J_q \text{ o } j \in J_o \end{cases}$$

$u_{kj}$  es el primer vector propio asociado a la solución  $\mathbf{X}'\mathbf{D}\mathbf{X}\mathbf{M}u_{kj} = \lambda_1 u_{kj}$  en la nube de individuos:

$$u_{kj} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} G_1(kj)$$

$x_{ikj}$  es el término general de la matrix  $\mathbf{X}$ :

$$x_{ikj} = \begin{cases} \frac{y_{ikj} - \bar{y}_{kj}}{\sigma_{kj}} & \text{o } y_{ikj} - \bar{y}_{kj}, \text{ si } j \in J_c \\ \frac{Iz_{ikj}}{I_k}, & \text{si } j \in J_q \text{ o } j \in J_o \end{cases}$$

La suma ponderada o combinación lineal, también se escribe como:

$$F_1(i) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} a_{kj} x_{ikj} \quad (1.11)$$

donde,

$$a_{kj} = m_{kj} u_{kj}$$

Esta suma ponderada o combinación lineal es la primera componente principal obtenida con el método AFM, cuando esta componente representa un factor tamaño (consultar Escofier & Pages (1982)) se utiliza para construir un índice sintético.

### 1.3. Análisis en componentes principales para datos cualitativos (Prinqual)

El análisis en componentes principales para datos cualitativos, busca maximizar la varianza total de las  $r$  primeras componentes principales, es decir, la traza de la matriz de covarianzas de las  $r$  componentes principales.

En presencia de variables categóricas es necesario cuantificar las categorías para realizar el ACP de la matrix  $\mathbf{X}$ ; para lo cual se recurre a un proceso iterativo de mínimos cuadrados alternantes (ALS, por sus iniciales en inglés). Cada iteración del ALS (ver apéndice B) tiene dos etapas: cuantificación óptima en una matrix de cuantificaciones denotada por  $\mathbf{X}^*$  y estimación del modelo (ACP) sobre la matrix  $\mathbf{X}^*$  cuantificada (Eckart & Young 1936).

El método Prinqual permite incluir grupos de variables: cuantitativas, nominales y ordinales. A cada uno de estos grupos de variables, se les aplica diferentes transformaciones: la lineal es una de las transformaciones que se aplica a las variables cuantitativas, Opscore a las variables nominales y Monótona a las variables ordinales (ver sección 1.3.1).

Realizando el procedimiento que posteriormente se explica en la sección 1.3.1, se obtienen las variables óptimamente cuantificadas por medio de las transformaciones Opscore y Monótona y con estas variables transformadas se estructura la matrix de datos  $\mathbf{X}^*$  (figura 1.2). La matrix  $\mathbf{X}^*$  se centra y reduce, es decir, se estandariza de acuerdo a la ecuación 1.3 (Young et al. 1978).

Los pasos para realizar el ACP sobre  $\mathbf{Y}$ , la matrix de datos de la expresión 1.1, utilizando mínimos cuadrados alternantes (ver apéndice B) y cuantificación óptima (ALSOS Alternating Least Squares y Optimal Scaling) (Young 1981) son:

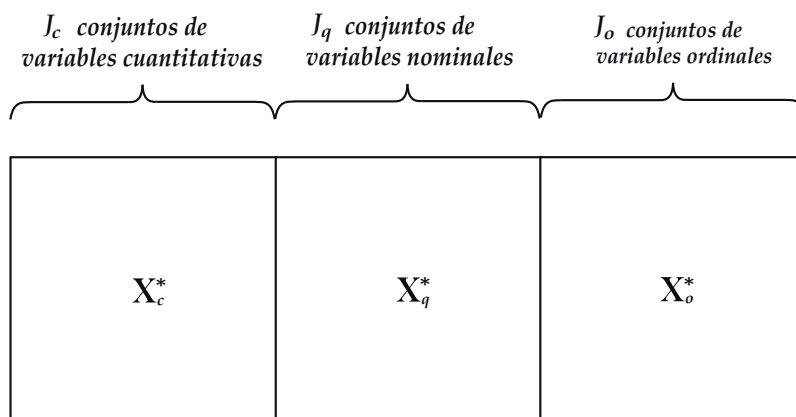


Figura 1.2: Matriz o tabla de datos transformados  $\mathbf{X}^*$

1. Se inicia la matriz  $\mathbf{X}^* = [\mathbf{X}_c^* \ \mathbf{X}_q^* \ \mathbf{X}_o^*]$  presentada en la figura 1.2. Primero haciendo que  $\mathbf{X}_c^*$  sea igual a  $\mathbf{X}_c$ ; luego se obtiene  $\mathbf{X}_q^*$  mediante números entre 0 y el número de categorías menos 1 (asegurando la pertenencia a la categoría por medio de la transformación Opscore, sección 1.3.1.1) y  $\mathbf{X}_o^*$  también se codifica mediante números entre 0 y el número de categorías menos 1 (conservando el orden en las categorías por medio de la transformación Monótona, sección 1.3.1.2).
2. Se realiza el ACP sobre  $\mathbf{X}^*$  para obtener  $\hat{\mathbf{X}}$ , que es la estimación del modelo, el cual se define por medio de la ecuación:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{F}\mathbf{U}' \quad (1.12)$$

donde  $\mathbf{F}$  es una matriz de orden  $I \times r$  que contiene los  $r$  primeros componentes principales y  $\mathbf{U}$ , de orden  $K \times r$  contiene las ponderaciones de las  $K$  variables sobre dichas componentes (vectores propios en el espacio de las filas).

Las matrices  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{U}$  cumplen:

$$\mathbf{F}'\mathbf{F} = \mathbf{\Lambda}; \quad \frac{1}{I}\mathbf{U}'\mathbf{U} = \mathbf{I}_r \quad (1.13)$$

donde  $\mathbf{\Lambda}$  es la matriz diagonal de valores propios asociada al ACP.

3. Se obtienen los datos óptimamente cuantificados y escalados  $\mathbf{X}^*$  para  $\hat{\mathbf{X}}$  fijo (Young et al. 1978), respetando las restricciones de medida de cada variable. En la sección 1.3.1 se explica la forma de obtener la cuantificación óptima de  $\mathbf{X}^*$  de acuerdo al tipo de variable.
4. Se calcula la función objetivo (Gifi 1990):

$$\theta^* = \text{traza}(\mathbf{X}^* - \hat{\mathbf{X}})'(\mathbf{X}^* - \hat{\mathbf{X}}) \quad (1.14)$$

El cálculo de  $\theta^*$  se realiza con el fin de verificar la siguiente condición: si  $\theta^*$  entre la iteración actual y la anterior es menor que un valor  $\epsilon$  dado, se finaliza el proceso. En caso contrario, el algoritmo vuelve al paso 2.

Los pasos 2 a 4 se realizan iteradamente hasta lograr una convergencia (SAS 1990, Michailidis & de Leeuw 1998, Tenenhaus 1977), obteniéndose la primera componente principal, que para un individuo  $i$  se representa por medio de la siguiente combinación lineal:

$$F_1(i) = \sum_{j \in J, k \in k_j} a_{kj} x_{ikj}^* \quad (1.15)$$

donde  $x_{ikj}^*$  es la variable óptimamente cuantificada, centrada y reducida (ecuación 1.3), obtenida a partir de  $\widehat{\mathbf{X}} = \mathbf{F}\mathbf{U}'$ . Esta suma ponderada o combinación lineal es la primera componente principal obtenida con el método Prinqual, con esta componente se construyen un índice sintético.

### 1.3.1. Cuantificación óptima para variables cualitativas

La cuantificación es la transformación de variables categóricas en variables numéricas. A estas variables transformadas es posible aplicar métodos estadísticos multivariados usuales, como el análisis en componentes principales.

La cuantificación óptima asigna valores numéricos a las categorías de las variables de tal forma, que se maximice la relación entre las observaciones y el modelo de componentes principales, respetando las restricciones de medida de los datos (por ejemplo, restricciones de orden para las variables ordinales) (Young 1981).

Para realizar la cuantificación, se elige una transformación, de la familia de transformaciones definida para cada variable. La elección de la transformación que se aplica a una variable depende de las restricciones de medida que se deban imponer.

Las variables nominales se transforman en puntajes de categorías para minimizar el error cuadrático, utilizando la transformación Opscore. Las variables ordinales se transforman monótonamente por puntajes de categorías ordenados. El orden se preserva uniendo en una sola categoría, las categorías adyacentes que estén en desorden.

A continuación se presenta la forma de obtener las cuantificaciones óptimas para variables nominales y ordinales.

#### 1.3.1.1. Cuantificaciones óptimas para variables nominales

El procedimiento para la cuantificación óptima de variables nominales, utiliza la transformación Opscore, la cual permite asegurar la pertenencia a la categoría de una variable nominal (Young 1981, SAS 2007, SAS 1990).

En la transformación Opscore, se ingresa al análisis la matriz  $\mathbf{X}_q$  y se realiza la cuantificación óptima de forma individual para cada una de las variables que conforman la matriz  $\mathbf{X}_q$ . La transformación Opscore se define mediante el siguiente algoritmo:

- Se ingresa al análisis el vector  $\widehat{\mathbf{X}}_j$ , que corresponde a la variable estimada, es decir, es una columna de la matriz  $\widehat{\mathbf{X}}_q$ , obtenida en el paso 2 del algoritmo del método Prinqual presentado en la sección 1.3.

- Se calcula el vector  $\mathbf{X}_j^u$  por medio de la ecuación:

$$\mathbf{X}_j^u = \mathbf{Z}_j (\mathbf{Z}_j' \mathbf{Z}_j)^{-1} \mathbf{Z}_j' \widehat{\mathbf{X}}_j \quad (1.16)$$

$\mathbf{Z}_j$ , es la matriz en la forma de una tabla disyuntiva completa (TDC) asociada al vector  $\mathbf{X}_j$ , que se observa en la figura 1.1.  $\mathbf{X}_j^u$  es la cuantificación de  $\widehat{\mathbf{X}}_j$  y es el promedio de individuos que seleccionan una categoría.

- Se calcula el factor de normalización denotado por  $b$ , Young (1981):

$$b = \frac{\widehat{\mathbf{X}}_j' \widehat{\mathbf{X}}_j}{\mathbf{X}_j^{u'} \mathbf{X}_j^u}$$

- Se calcula la variable óptimamente cuantificada  $\mathbf{Y}_j^* = b\mathbf{X}_j^u$ .
- Se estandariza la variable  $\mathbf{Y}_j^*$ :

$$\mathbf{X}_j^* = \frac{\mathbf{Y}_j^* - \bar{\mathbf{Y}}_j^*}{\sigma_{\mathbf{Y}_j^*}} \quad (1.17)$$

Con los pasos explicados se obtiene la cuantificación óptima de la primera variable; de la misma forma, se procede para cada una de las variables que integran la matriz.

**Ejemplo 1.** Sea  $Y_q$  una matriz de nueve individuos descritos por una variable nominal con categorías:  $A$ ,  $B$  y  $C$  y  $Z_q$  la tabla disyuntiva completa (TDC) asociada a la variable nominal.

$$\mathbf{Y}_q = \begin{bmatrix} A \\ A \\ C \\ C \\ B \\ A \\ B \\ A \\ B \end{bmatrix} \quad \mathbf{Z}_q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

En el paso 1, del algoritmo se obtiene la matriz  $\mathbf{X}_q^*$  asignando a las categorías números entre 0 y el número de categorías - 1,  $X_q^*$ , este es el vector de cuantificaciones iniciales:

$$X_q^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

En el paso 2, se calcula  $\widehat{X}_q$ , que es la estimación del modelo, que se obtiene por medio de la ecuación (1.12), es decir, se realiza ACP( $\mathbf{X}_q^*$ ):

$$\widehat{X}_q = \begin{bmatrix} -0.6537 \\ -0.2344 \\ 1.2959 \\ 0.0860 \\ 0.1234 \\ -1.0490 \\ 0.9380 \\ -1.0490 \\ 0.5428 \end{bmatrix}$$

El paso 3, es la cuantificación óptima, por medio de la ecuación 1.16, obteniéndose  $X_q^u$ :

$$X_q^u = \mathbf{Z}_q (\mathbf{Z}_q' \mathbf{Z}_q)^{-1} \mathbf{Z}_q' \widehat{X}_q = \begin{bmatrix} -0.7465 \\ -0.7465 \\ 0.6909 \\ 0.6909 \\ 0.5348 \\ -0.7465 \\ 0.5348 \\ -0.7465 \\ 0.5348 \end{bmatrix}$$

Se calcula el valor de  $b$ :

$$b = \frac{\widehat{X}_q' \widehat{X}_q}{X_q^{u'} X_q^u} = 1.3754$$

Se obtiene la variable óptimamente cuantificada, la cual se reescala:

$$Y_q^* = b X_q^u = \begin{bmatrix} -1.0268 \\ -1.0268 \\ 0.9504 \\ 0.9504 \\ 0.7355 \\ -1.0268 \\ 0.7355 \\ -1.0268 \\ 0.7355 \end{bmatrix} \quad X_q^* = \begin{bmatrix} -0.0974 \\ -0.0974 \\ 1.5878 \\ 1.5878 \\ 1.4047 \\ -0.0974 \\ 1.4047 \\ -0.0974 \\ 1.4047 \end{bmatrix}$$

El paso 4 del algoritmo, es el calculo de la función objetivo:  $\theta_i^* - \theta_{i-1}^*$ , en este ejemplo, entre la iteración actual y la anterior, la diferencia aún no es menor que  $\epsilon = 0.00001$ , por lo tanto el algoritmo continúa, aplicando los pasos 2 a 4 que se realizan iteradamente hasta lograr la convergencia.



La variable óptimamente cuantificada para el ejemplo, después de 2 iteraciones es:

$$X_q^* = \begin{bmatrix} -0.0942 \\ -0.0942 \\ 1.3200 \\ 1.3200 \\ 1.5790 \\ -0.0942 \\ 1.5790 \\ -0.0942 \\ 1.5790 \end{bmatrix}$$

En las cuantificaciones óptimas resultantes, se observa que los valores correspondientes conservan la pertenencia a su categoría.

### 1.3.1.2. Cuantificaciones óptimas para variables ordinales

En la cuantificación de variables ordinales se sigue un algoritmo similar al que se presentó para variables nominales, considerando ahora las restricciones de orden. La esencia de la cuantificación óptima para variables ordinales consiste en verificar la ordinalidad de las cuantificaciones de forma ascendente.

Si se encuentran dos o más categorías que incumplan la restricción de orden, se construye una nueva categoría con dos de ellas para ordenarlas, por ejemplo, si los elementos o categorías en las posiciones  $l$  y  $l + 1$  no están ordenados, se modifica la matriz  $\mathbf{Z}_j$  uniendo en una sola columna, las columnas  $l$  y  $l + 1$ , para ordenarlas, el algoritmo continúa hasta encontrar categorías en desorden, repitiéndose el procedimiento con las demás categorías que presenten ese problema hasta lograr el orden de todos los elementos.

La matriz  $\mathbf{Z}_j$  en la ecuación (1.16), para el caso ordinal tiene ahora una estructura en bloques, que garantiza la restricción de medida impuesta a las categorías, este es el principio de la transformación Monótona del método Prinqual (Young 1981, SAS 2007, SAS 1990).

**Ejemplo 2.** Sea  $\mathbf{Y}_o$  una matriz de nueve individuos descritos por una variable ordinal con categorías:  $A$ ,  $B$  y  $C$ , donde  $A < B < C$  y  $\mathbf{Z}_o$  es una matriz en la forma de una tabla disyuntiva completa (TDC) asociada a la variable ordinal.

$$\mathbf{Y}_o = \begin{bmatrix} A \\ A \\ C \\ C \\ B \\ A \\ B \\ A \\ B \end{bmatrix} \quad \mathbf{Z}_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Paso 1. Inicializar la matriz  $\mathbf{X}_o^*$  asignando a las categorías números entre 0 y el número de categorías menos 1,  $\mathbf{X}_o^*$  es el vector de cuantificaciones iniciales:

$$\mathbf{X}_o^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Paso 2. Realizar ACP( $\mathbf{X}_o^*$ ) para calcular  $\widehat{\mathbf{X}}_o$ , que es la estimación del modelo, que se obtiene por medio de la ecuación (1.12):

$$\widehat{\mathbf{X}}_o = \begin{bmatrix} -0.6537 \\ -0.2344 \\ 1.2959 \\ 0.0860 \\ 0.1234 \\ -1.0490 \\ 0.9380 \\ -1.0490 \\ 0.5428 \end{bmatrix}$$

Paso 3. Cuantificación óptima de las categorías de la variable, para obtener  $\mathbf{X}_o^u$ :

$$\mathbf{X}_o^u = \mathbf{Z}_o(\mathbf{Z}_o'\mathbf{Z}_o)^{-1}\mathbf{Z}_o'\widehat{\mathbf{X}}_o = \begin{bmatrix} -0.7465 \\ -0.7465 \\ 0.6909 \\ 0.6909 \\ 0.5348 \\ -0.7465 \\ 0.5348 \\ -0.7465 \\ 0.5348 \end{bmatrix}$$

Se calcula el valor de  $b$ :

$$b = \frac{\widehat{\mathbf{X}}_o'\widehat{\mathbf{X}}_o}{\mathbf{X}_o^u'\mathbf{X}_o^u} = 1.3754$$

Se obtiene la variable óptimamente cuantificada, luego se reescala:

$$\mathbf{Y}_o^* = b\mathbf{X}_o^u = \begin{bmatrix} -1.0268 \\ -1.0268 \\ 0.9504 \\ 0.9504 \\ 0.7355 \\ -1.0268 \\ 0.7355 \\ -1.0268 \\ 0.7355 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_o^* = \begin{bmatrix} -0.0974 \\ -0.0974 \\ 1.5878 \\ 1.5878 \\ 1.4047 \\ -0.0974 \\ 1.4047 \\ -0.0974 \\ 1.4047 \end{bmatrix}$$

Se observa que las cuantificaciones  $\mathbf{X}_o^*$ , de la variable  $\mathbf{Y}_o$  cumplen la restricción de orden, estas cuantificaciones son:

$$\begin{aligned} A &= -1.0268 \\ \text{cuantificaciones : } B &= 0.7355 \\ C &= 0.9504 \end{aligned}$$

Paso 4. Evaluar la función objetivo. Se calcula  $\theta_i^* - \theta_{i-1}^*$ , para el ejemplo, entre la iteración actual y la anterior, la diferencia aún no es menor que  $\epsilon = 0.00001$ , por lo tanto el algoritmo continua.

En la segunda iteración, la restricción de orden de las categorías que se encuentran en las posiciones 5 y 6 no se cumple, el vector  $\mathbf{X}_o^u$  muestra que las cuantificaciones de las categorías no están ordenadas.

$$\mathbf{X}_o^u = \mathbf{Z}_o(\mathbf{Z}_o'\mathbf{Z}_o)^{-1}\mathbf{Z}_o'\widehat{\mathbf{X}}_o = \begin{bmatrix} -0.8437 \\ -0.8437 \\ 0.6443 \\ \mathbf{0.6443} \\ \mathbf{0.6954} \\ -0.8437 \\ 0.6954 \\ -0.8437 \\ 0.6954 \end{bmatrix}$$

Las cuantificaciones de las categorías en la segunda iteración son:

$$\begin{aligned} A &= -0.8437 \\ \text{cuantificaciones : } B &= 0.6954 \\ C &= 0.6443 \end{aligned}$$

Como las restricciones de orden no se cumplen para las cuantificaciones de la segunda y tercera categorías, se reformula la matriz  $\mathbf{Z}_o$ , uniendo en una sola columna, las columnas

2 y 3. La nueva matriz  $\mathbf{Z}_o$  que permite ordenar las categorías A y (BC) es:

$$\mathbf{Z}_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Repitiendo el paso 4, continuando el proceso se obtiene  $\mathbf{X}_o^u$ :

$$\mathbf{X}_o^u = \mathbf{Z}_o(\mathbf{Z}_o'\mathbf{Z}_o)^{-1}\mathbf{Z}_o'\widehat{\mathbf{X}}_o = \begin{bmatrix} -0.8437 \\ -0.8437 \\ 0.6750 \\ 0.6750 \\ 0.6750 \\ -0.8437 \\ 0.6750 \\ -0.8437 \\ 0.6750 \end{bmatrix}$$

el valor de  $b$  es:

$$b = \frac{\widehat{\mathbf{X}}_o'\widehat{\mathbf{X}}_o}{\mathbf{X}_o^{u'}\mathbf{X}_o^u} = 1.3175$$

La variable óptimamente cuantificada y luego escala, después de realizar 3 iteraciones resulta:

$$\mathbf{Y}_o^* = b\mathbf{X}_o^u = \begin{bmatrix} -1.1116 \\ -1.1116 \\ 0.8893 \\ 0.8893 \\ 0.8893 \\ -1.1116 \\ 0.8893 \\ -1.1116 \\ 0.8893 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_o^* = \begin{bmatrix} -0.1006 \\ -0.1006 \\ 1.4805 \\ 1.4805 \\ 1.4805 \\ -0.1006 \\ 1.4805 \\ -0.1006 \\ 1.4805 \end{bmatrix}$$

Se observa que las categorías en  $\mathbf{X}_o^*$  escalada se encuentran ordenadas, para lo cual el algoritmo unió en una sola categoría, las categorías B y C.

Los dos ejemplos presentados junto con la explicación de las transformaciones Opscore y Monótona, son algunos resultados importantes del estudio del método Prinqual. Realizar Prinqual sobre la matriz 1.2 que contiene variables cuantitativas y cualitativas asignando a cada categoría de cada variable un valor por medio de estas transformaciones, permite obtener las cuantificaciones óptimas, de tal forma que estas cuantificaciones estén altamente correlaciones con las primeras componentes principales que se obtienen en el análisis. Una vez finalizado el algoritmo del método Prinqual, se construye el índice sintético con la primera componente principal.

### Construcción de índices sintéticos

---

En el proceso de construcción de un índice sintético se define una suma ponderada o combinación lineal de índices o indicadores simples, para lo cual se deben calcular las ponderaciones. Estas ponderaciones usualmente se determinan por medio de consultas con expertos o utilizando métodos estadísticos multivariados.

Las consultas con expertos aún cuando son una buena forma de determinar las ponderaciones, están sujetas a decisiones subjetivas sobre el tema analizado, por tanto pueden introducir sesgos dando lugar a imprecisiones (Castaño 2005, Castro & Carrillo 2005, Martínez 2004).

Cuando se seleccionan variables de tipo cuantitativo, el método estadístico más utilizado es el análisis en componentes principales, por medio del cual se obtiene la primera componente principal, que es una combinación lineal o suma ponderada de las variables que conserva la mayor información en términos de variabilidad.

No obstante en la mayoría de las investigaciones de tipo social y económico, la medición de una variable latente o de una característica de interés por medio de un índice sintético, incluye varios conjuntos o grupos de variables cuantitativas y cualitativas, estas últimas, medidas en escala nominal y ordinal (Castaño 2004).

El índice sintético generalmente, se construye con la primera componente principal, que se obtiene a través de métodos estadísticos multivariados que permiten el tratamiento simultaneo de variables cuantitativas y cualitativas, dos de estos métodos son: el análisis factorial múltiple (AFM) y el análisis en componentes principales para datos cualitativos (Prinqual), explicados en el capítulo 1.

#### 2.1. Métodos estadísticos multivariados para construir índices sintéticos

A continuación se presentan algunos métodos en ejes principales como ACP, análisis en correspondencias múltiples (ACM), AFM y Prinqual, para la construcción del índice sintético:

- El ACP es un método estadístico multivariado, que se utiliza para reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos, este conjunto se estructura en una matriz  $\mathbf{X}_c$ , de individuos descritos por variables cuantitativas, como se observa en la figura 1.1. Las generalidades del ACP se encuentran en el apéndice A.

Para construir un índice sintético por medio del método ACP, se obtiene la primera componente principal expresada por medio de la siguiente combinación lineal (ver apéndice A):

$$F_1(i) = \sum_{j \in J, k \in K_j} a_{kj} x_{ikj} \quad (2.1)$$

donde

- $a_{kj} = u_{kj}$
  - $u_{kj}$  es el primer vector propio.
  - $x_{ikj} = \frac{y_{ikj} - \bar{y}_{kj}}{\sigma_{kj}}$  o  $x_{ikj} = y_{ikj} - \bar{y}_{kj}$
- El ACM estudia las relaciones entre característica cualitativas de individuos, es decir, describe las relaciones entre categorías - individuo que se asocian por tener perfiles parecidos (Lebart et al. 1995). Con el método ACM, también se obtiene la primera componente principal, que de manera general se expresa:

$$F_1(i) = \sum_{j \in J, k \in K_j} a_{kj} x_{ikj}$$

donde

- $a_{kj} = m_{kj} u_{kj}$
  - $m_{kj} = \frac{I_K}{IQ_j}$  es la métrica en la nube de individuos,  $I$  es el número de individuos,  $Q_j$  es el número de categorías en el grupo  $j$  y  $I_K$  es el número de individuos que asumen la categoría  $K$  (ver sección 1.1).
  - $u_{kj}$  es el primer vector propio.
  - $x_{ikj} = \frac{I z_{ikj}}{I_k}$ , donde  $z_{ikj}$  es el término general de la matrix  $\mathbf{Z}_q$ , conformada por la codificación de las variables cualitativas (nominales y ordinales) en la forma de una tabla disyuntiva completa, donde la indicadora de presencia es 1 y la ausencia es 0.
- El AFM es un método factorial creado para el tratamiento simultáneo de tablas, en las que un conjunto de individuos se describe mediante varios grupos de variables. El objetivo en AFM, como en todos los métodos factoriales, es reducir la dimensión de la tabla para así poder proceder a su estudio. Permite, además de analizar las semejanzas entre individuos y las relaciones entre variables como lo hacen los métodos factoriales clásicos, comparar globalmente los grupos de variables. Con el método AFM, se construye el índice sintético con la primera componente principal, por medio de la ecuación 1.11.

- El método Prinqual permite analizar de manera conjunta grupos de variables cuantitativas, nominales y ordinales. En su proceso realiza ACP iteradamente a las variables transformadas.

El índice sintético se construye con la primera componente principal, por medio de la ecuación 1.15, obtenida en el último ACP.

La primera componente principal obtenida por medio de los métodos ACP, ACM, AFM y Prinqual, se reescala para construir el índice sintético.

## 2.2. Otras metodologías para construir índices sintéticos

En esta sección se realiza un resumen de algunas metodologías utilizadas para construir índices sintéticos.

### 2.2.1. ACP de índices de grupos, obtenidos con Prinqual

En los siguientes artículos se describe la construcción de índices sintéticos como: el índice calidad de vida (ICV) construido por Gamboa et al. (2005), Cortés et al. (1999) y Marcelo & Villa (2004), el índice para el sistema de selección de beneficiarios de programas sociales (Sisben), explicados y tratados por Vélez et al. (1999), Castañeda (2005) y Nina et al. (2007) y el índice para la actualización del modelo de jerarquización y categorización de los departamentos y municipios (DNP 2000). Luego del estudio, comparación y análisis de cada uno de ellos, se establecen los pasos siguientes para la construcción de un índice:

- a. Aplicar el método Prinqual para transformar las variables cualitativas en cuantitativas, sujeta a las restricciones de medida de las variables.
- b. Conformar grupos de las variables transformadas de acuerdo a las áreas de análisis o grupos temáticos.
- c. Aplicar ACP sobre las variables transformadas de cada grupo, para obtener la primera componente principal en cada uno de ellos, es decir, un índice del grupo.
- d. Conformar una nueva matriz con las primeras componentes o índices de grupos obtenidos en el paso anterior .
- e. Obtener por medio de ACP la primera componente principal, es decir el índice global, del conjunto de índices de grupos.
- f. Expresar el índice global en una nueva escala, de acuerdo con los procedimientos que se explicarán en la sección 2.3.

### 2.2.2. ACP de índices de grupos, obtenidos con ACP y ACM

Una metodología para construir un índice sintético, que permite el tratamiento conjunto de variables cualitativas y cuantitativas utilizando los métodos ACP y ACM.

En este caso el índice sintético se construye por medio del ACP de índices de grupos de variables, obtenidos con los métodos: ACP de variables cuantitativas y ACM de variables cualitativas, lo que constituye una alternativa metodológica para obtener un índice sintético, como se explica a continuación:

- a. Aplicar ACP a cada uno de los grupos de variables cuantitativas y ACM a cada uno de los grupos de variables cualitativas. Obtener la primera componente principal en cada uno de los análisis, es decir, el índice del grupo.
- b. Construir una matriz con los índices de los grupos de variables, obtenidos en el paso anterior.
- c. Obtener por medio de ACP, el índice global, que es la primera componente principal de la matriz de componentes o índices simples de grupos.
- d. Expresar el índice global en una nueva escala, de acuerdo a los procedimientos que se explicarán en la sección 2.3.

## 2.3. Reescalamiento

Obtener la primera componente principal por medio de los métodos multivariados explicados en la sección anterior, permite representar el índice sintético. Sin embargo las ponderaciones calculadas de esta manera tienen valores positivos y negativos, lo que hace difícil su interpretación.

Por lo anterior, es conveniente expresar el índice en una nueva escala, usualmente se utilizan escalas de 0 a 1, de 0 a 10, de 0 a 100 o de 0 a 1000, entre otras.

Una forma de reescalar la primera componente principal en una escala de 0 a 100, para representar el índice, se hace por medio de una transformación lineal, sin embargo no se garantiza que las ponderaciones sean todas positivas, ver sección 2.3.1.

Otra forma de reescalar la primera componente principal se hace por medio de puntajes de categorías, en este caso, las ponderaciones quedan todas positivas, y así es posible interpretar de forma sencilla las características que se quieren medir por medio del índice, ver sección 2.3.2.

La selección de las variables que van a conformar el índice sintético direcciona el procedimiento para reescalar la primera componente, en este sentido se presentan a continuación algunas formas de reescalar esta componente.

### 2.3.1. Transformación lineal

La primera componente principal, se puede expresar por ejemplo, en una escala de 0 a 100, por medio de la siguiente transformación lineal:

$$\text{Índice}(i) = aF_1(i) + b \quad (2.2)$$

donde



- $F_1(i) = \sum_{j \in J, k \in K_j} a_{kj} x_{ikj}$  es la primera componente principal.
- $a = \frac{100}{\text{máx}(F_1(i)) - \text{mín}(F_1(i))}$
- $b = -a * \text{mín}(F_1(i))$

Para obtener los valores de  $a$  y  $b$  se resuelve el siguiente sistema:

$$0 = a \text{mín}(F_1(i)) + b$$

$$100 = a \text{máx}(F_1(i)) + b.$$

Luego se reemplazan en la ecuación 2.2:

$$\text{Indice}(i) = a \sum_{j \in J, k \in K_j} a_{kj} x_{ikj} + b \quad (2.3)$$

donde los términos  $a_{kj}$  y  $x_{ikj}$  se definen:

- $a_{kj} = m_{kj} u_{kj}$ ,
- $x_{ikj} = \frac{y_{ikj} - \bar{y}_{kj}}{\sigma_{kj}}$

A continuación se reemplazan estos términos en la ecuación 2.3 y se obtiene:

$$\text{Indice}(i) = a \left[ a_1 \left( \frac{y_{i1} - \bar{y}_1}{\sigma_1} \right) + \dots + a_{K_j} \left( \frac{y_{iK_j} - \bar{y}_{K_j}}{\sigma_{K_j}} \right) \right] + b$$

Después del algebra para esta ecuación se obtiene:

$$\text{Indice}(i) = (d_1 y_{i1} + \dots + d_{K_j} y_{iK_j}) - (d_1 \bar{y}_1 + \dots + d_{K_j} \bar{y}_{K_j}) + b$$

siendo la fórmula del índice:

$$\text{Indice}(i) = d_1 y_{i1} + \dots + d_{K_j} y_{iK_j} + h \quad (2.4)$$

donde

$$d_{kj} = a \frac{a_{kj}}{\sigma_{kj}}$$

y

$$h = - (d_1 \bar{y}_1 + \dots + d_{K_j} \bar{y}_{K_j}) + b$$

### 2.3.2. Puntajes no negativos

Una forma de expresar la primera componente principal, es por medio de puntajes mayores o iguales a cero (no negativos) (DNP 2000). Para el cálculo de estos puntajes, se utiliza la ecuación  $F_1(i) = \sum_{j \in J, k \in K_j} a_{kj} x_{ikj}$  (ecuación 2.1), de la cual se toma el término  $a_{kj}$  y si las variables son cuantitativas o cualitativas se realiza el siguiente procedimiento:

## 1. Puntajes para variables cuantitativas

- Obtener una nueva variable que se denomina puntaje-factor denotada por  $X_{fkj}$ , la nueva variable se obtiene restando a cada variable estandarizada su mínimo, este resultado se multiplica por el término  $a_{kj}$ :

$$X_{fkj} = |X_{kj} - \min(X_{kj})| \times a_{kj} \quad (2.5)$$

- Determinar los máximos de cada nueva variable o puntaje-factor:

$$\max(X_{fkj}) \quad (2.6)$$

- Calcular el puntaje-factor máximo, que es la suma de los máximos de cada nueva variable o puntaje-factor:

$$\text{sumax}_J = \sum_{j \in J, k \in K_j} \max(X_{fkj}) \quad (2.7)$$

- Obtener los puntajes de cada variable cuantitativa:

$$p_{kj} = \frac{X_{fkj}}{\text{sumax}_J} \times 100 \quad (2.8)$$

- Construir el índice para el individuo  $i$ , de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\text{Indice}(i) = \sum_{j \in J, k \in K_j} p_{kj}$$

## 2. Puntajes para variables cualitativas

- Seleccionar el mínimo de los términos  $a_{kj}$  de las categorías que conforman cada variable, este mínimo se denota por  $\min_{kj}$ , es decir:

$$\min_{kj} = \min_{kj \in q_j} (a_{kj}) \quad (2.9)$$

- Reescalar cada uno de los términos  $a_{kj}$  de cada categoría por medio de:

$$r_{kj} = a_{kj} - \min_{kj} \quad (2.10)$$

- Obtener la suma de los máximos de  $a_{kj}$ , es decir:

$$\text{sumax}_J = \sum_{j \in J_q \cup J_o} \sum_{q_j \in Q_j} \max_{kj \in q_j} (r_{kj}) \quad (2.11)$$

- Obtener los puntajes de cada una de las categorías:

$$p_{kj} = \frac{r_{kj}}{\text{sumax}_J} \times 100 \quad (2.12)$$

- Construir el índice sintético para el individuo  $i$ , se obtiene sumando los puntajes que corresponden a una categoría de cada una de las variables, de acuerdo a la respuesta observada en el individuo  $i$ :

$$Indice(i) = \sum_{j \in J, k \in K_j} p_{kj} z_{ikj} \quad (2.13)$$

### 3. Puntajes para variables cuantitativas y cualitativas

- Obtener los puntaje-factor para las variables cuantitativas con la ecuación 2.5 y los términos  $r_{kj}$  para las variables cualitativas con la ecuación 2.9.
- Calcular el nuevo máximo de los términos anteriores por medio de la ecuación:

$$sumax_J = \sum_{k \in K_j} max(X_{fkj}) + \sum_{j=1}^J \sum_{q_j=1}^{Q_j} \max_{k_j \in q_j}(r_{kj}) \quad (2.14)$$

- Obtener los puntajes de cada variable cuantitativa denotados con  $p_{tkj}$  y los puntajes de cada una de las categorías denotados con  $p_{lkj}$ , por medio de las ecuaciones:

$$p_{tkj} = \frac{X_{fkj}}{sumax_J} \times 100 \quad (2.15)$$

$$p_{lkj} = \frac{r_{kj}}{sumax_J} \times 100 \quad (2.16)$$

- Construir el índice sintético para el individuo  $i$ , se obtiene sumando los puntajes de las variables cuantitativas 2.15 y los puntajes que corresponden a una categoría de cada una de las variables 2.16:

$$Indice(i) = \sum_{k \in K_j} p_{tkj} + \sum_{j \in J, k \in K_j} p_{lkj} z_{ikj} \quad (2.17)$$

A continuación se muestra la forma en que se utilizan algunos de los procedimientos para reescalar la primera componente principal, por medio de la construcción del índice de calidad de vida.

## 2.4. Ejemplo de un índice sintético

### 2.4.1. Índice de calidad de vida (ICV)

Para comparar el proceso de construcción de índices sintéticos mediante los métodos AFM y Prinqual, se construyen dos índices de calidad de vida (ICV) uno por cada método, la aplicación se realiza a partir de la base de datos de la encuesta de hogares de la ciudad de Bogotá efectuada en el año 2003 (ver (SDP 2008)). La información se estructura en grupos, como se presenta en la figura 2.1.

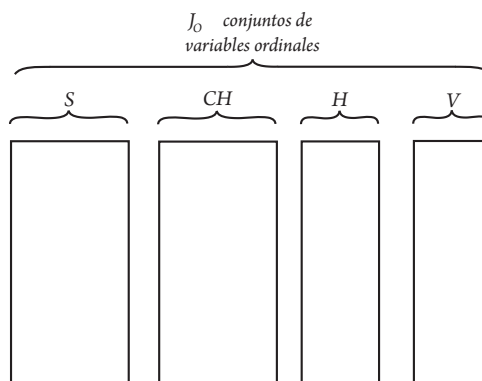


Figura 2.1: Matriz o tabla de datos de la información de hogares

#### 2.4.1.1. Estructura de la información

La matriz  $\mathbf{Y}$  (expresión 1.1) está conformada por hogares, descritos por variables ordinales.  $\mathbf{Y}$  se estructura de la siguiente forma:  $\mathbf{Y}_o = [\mathbf{Y}_{o1}, \mathbf{Y}_{o2}, \mathbf{Y}_{o3}, \mathbf{Y}_{o4}]$ , con esta matriz, se construye la matrix  $\mathbf{X}$  (expresión 1.2),  $\mathbf{X} = [\mathbf{Z}_S, \mathbf{Z}_{CH}, \mathbf{Z}_H, \mathbf{Z}_V]$ , los subíndices representan: ‘o1 o S’ al grupo acceso y calidad de los servicios, ‘o2 o CH’ al grupo capital humano presente y potencial, ‘o3 o H’ al grupo tamaño y composición del hogar y ‘o4 o V’ al grupo calidad de la vivienda (figura 2.1).

En la tabla 2.1 se presentan las variables estructuradas en los cuatro grupos citados, en los que se describen de manera específica el total de las variables que los conforman. Como se observa, el índice de calidad de vida revela una estructura multidimensional de la pobreza, de acuerdo con desarrollos conceptuales como: funcionalidades, capacidades, modelos de crecimiento, capital humano y capital social, este índice combina las necesidades básicas (Acosta et al. 2003).

Tabla 2.1: Variables para la construcción del ICV

Grupo 1: Acceso y calidad de los servicios (S)	Eliminación de excretas Abastecimiento de agua Combustible para cocinar Recolección de basuras	EE AA CC RB
Grupo 2: Capital humano presente y potencial (CH)	Escolaridad máxima del jefe del hogar Escolaridad promedio personas de 12 años y más Proporción de niños de 5 a 11 años que asisten a un centro educativo Proporción de jóvenes de 12 a 18 años que asisten a secundaria o universidad	EJ EP PE PU
Grupo 3: Tamaño y composición del hogar (H)	Proporción de niños menores de 6 años en el hogar Hacinamiento en el hogar	PN HH
Grupo 4: Calidad de la vivienda (V)	Material predominante en los pisos Material predominante en las paredes	MI MA

La matriz de datos  $\mathbf{Y}$  (ecuación 1.1) tiene 22.948 hogares descritos por 12 variables ordinales, estructuradas en grupos como se muestran en la tabla 2.1.

### 2.4.1.2. Construcción del índice de calidad de vida (ICV)

#### 1. ICV con el método AFM

Para construir el ICV con el método AFM se realizan los siguientes pasos:

- Cálculo de la primera componente principal (ecuación 1.11 página 6), por medio del procedimiento que se explica en la sección 1.2.
- Cálculo de los puntajes con el término  $a_{kj}$  de la ecuación 1.11, estos puntajes se calculan con el procedimiento explicado en la sección 2.3.2.

A continuación, se ilustra el procedimiento a seguir para el cálculo de los puntajes de la variable eliminación de excretas (EE), del grupo 1 “acceso y calidad de los servicios (S)” . Para las demás variables se realizan los mismos pasos.

1. Seleccionar el mínimo de los términos  $a_{kj}$ , es decir, el mínimo de las categorías de la variable EE (columna 3, tabla 2.2), este término se denomina  $min_{kj}$ , que en este caso es  $-0.123$ .
2. Reescalar cada uno de los términos  $a_{kj}$  de cada categoría de la variable EE, por medio de la ecuación 2.10,  $r_{kj} = a_{kj} - min_{kj}$ . Los resultados se presentan en la columna 4, de la tabla 2.2.
3. Obtener la suma de los máximos de  $a_{kj}$ , con la ecuación 2.11:

$$sumax_J = 2.159$$

4. Obtener los puntajes de cada una de las categorías, por medio de la ecuación 2.12,  $p_{kj} = \frac{r_{kj}}{sumax_J} \times 100$ . Los resultados se muestran en la columna 5 de tabla 2.2.

Tabla 2.2: Puntajes de la variable eliminación de excretas (EE)

Variable:	Eliminación de excretas	$a_{kj}$	$r_{kj}$	$p_{kj}$	$p_{kj} \times 100$
Categorías	No tiene sanitario	-0.123	0.000	0.00000	0.000
	Inodoro a pozo séptico/sin conexión/letrina	-0.089	0.034	0.01567	1.567
	Bajamar	-0.023	0.100	0.04638	4.638
	Inodoro con conexión a alcantarillado	0.037	0.160	0.07406	7.406

Los puntajes para las categorías de todas las variables así calculados, se muestran en la columna 3 de la tabla 2.3.

5. Construir el índice sintético (ICV) para el hogar  $i$ , este índice se obtiene sumando los puntajes que corresponden a una categoría de cada una de las 12 variables, con la formula:

$$Indice(i) = \sum_{j \in J, k \in kj} p_{kj} z_{ikj}$$

#### 2. ICV con el método Prinqual

Utilizando el método Prinqual, se realizan los pasos que se indican a continuación:

- Calcular la primera componente principal, para lo cual sigue el procedimiento que se explica en la sección 1.3. En este método se incluye la opción “transformación Monótona”, esta transformación se explica en la sección 1.3.1.
- Calcular los puntajes. Con el método Prinqual se calculan los puntajes de la misma forma que se hace con AFM, pero con la ecuación 1.15. Los resultados de estos puntajes se muestran en la columna 4 de la tabla 2.3.

### 2.4.1.3. Análisis de puntajes

La tabla 2.3, contiene los puntajes del ICV para todas las variables, calculados tanto por el método AFM como Prinqual, de su análisis se observa entre otros los siguientes aspectos:

Para la variable eliminación de excretas (EE), el método AFM conserva el orden en las categorías. El método Prinqual también, pero de diferente forma, este método para conservar el orden, une la tercera y cuarta categoría.

En el caso de la variable material predominante en los pisos (MI), el método AFM no conserva el orden de las categorías. Para esta misma variable el método Prinqual si las conserva, obteniendo una sola categoría con las primeras tres categorías.

Lo anterior se explica en razón a las diferencias o especificidades de cada uno de los métodos, entre las cuales, como se evidencia en este ejemplo se encuentran, la ponderación efectuada en AFM a los grupos, y al manejo dado a las variables ordinales mediante la transformación Monótona que se efectúa en el método Prinqual, la comparación que puede surgir de los índices, se expone en la sección 3.1 del capítulo 3.

### 2.4.1.4. Caracterización de hogares

Para un análisis de la caracterización de hogares, realizada por medio de los dos índices construidos por los métodos AFM y Prinqual, los resultados del índice AFM se distribuyen en grupos de acuerdo a sus cuartiles de la siguiente manera:  $(0, 65.8]$ ,  $(65.8, 80.7]$ ,  $(80.7, 89.9]$  y  $(89.9, 100]$  y los del índice Prinqual se distribuyen en grupos según sus cuartiles así:  $(0, 76.3]$ ,  $(76.3, 88.3]$ ,  $(88.3, 93.9]$  y  $(93.9, 100]$ .

En la tabla 2.4, se presentan los resultados obtenidos por los dos métodos, de acuerdo a los cuartiles de cada índice. En los grupos 1 y 4, la clasificación de los hogares realizada con los dos métodos es más coincidente que en los grupos intermedios donde hay mayores diferencias, esto se debe a que en los grupos extremos los hogares presentan características similares.

Tabla 2.4: Clasificación de hogares

		AFM				
		1	2	3	4	
Prinqual		$(0,65.8]$	$(65.8,80.7]$	$(80.7,89.9]$	$(89.9,100]$	Total
1	$(0,76.3]$	5125	603	10	0	5738
2	$(76.3,88.3]$	612	4129	1123	41	5905
3	$(88.3,93.9]$	0	1023	3875	681	5579
4	$(93.9,100]$	0	0	887	4839	5726
Total		5737	5755	5895	5561	22.948

En los grupos 2 y 3, la zona oscura que se observa en la figura 2.2, muestra la mayor diferencia en las clasificaciones realizadas por los dos métodos, una situación particular que puede señalarse, es la que presentan 681 hogares que Prinqual clasifica en el grupo 3, mientras que AFM los ubica en el grupo 4, tabla 2.4. Observadas las variables que caracterizan a estos hogares, su clasificación ideal debe ser en el grupo 4. La ordenación

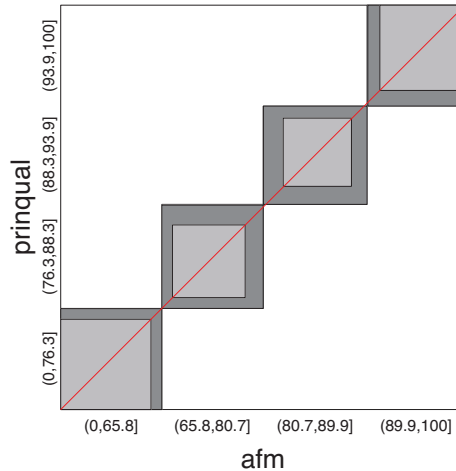


Figura 2.2: Clasificación de hogares con los métodos AFM y Prinqual

de los hogares realizada por medio de los índices calculados por los dos métodos es similar, como se observa en la figura 2.3, pero el índice obtenido en AFM es más disperso que el índice calculado con Prinqual, lo que significa que el índice AFM conserva más variabilidad de la información de los hogares, que el índice Prinqual.

Por lo anterior puede concluirse que el índice AFM clasifica con mayor precisión los hogares encuestados, lo cual podría ser determinante para la aplicación de las políticas gubernamentales.

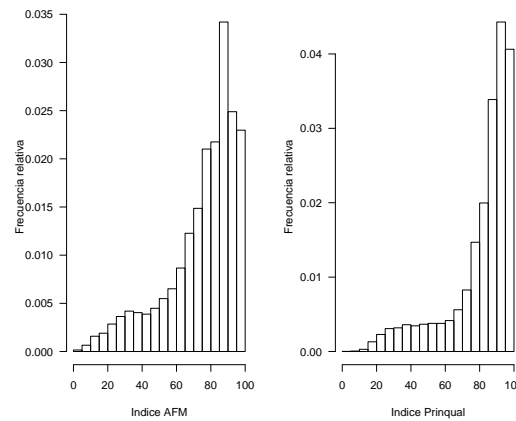


Figura 2.3: Histograma índices AFM y Prinqual

Tabla 2.3: Puntajes para el índice de calidad de vida

Puntajes de las categorías para el calculo del ICV			
Grupo 1: Acceso y calidad de los servicios		AFM	Prinqual
Eliminación de excretas	No tiene sanitario	0.00	0.00
	Inodoro a pozo septico/inodoro sin conexión/letrina	1.57	5.33
	Bajamar	4.64	5.33
	Inodoro con conexión a alcantarillado	7.41	11.66
Abastecimiento de agua	De río, quebrada, manantial, nacimiento/agua embotellada	0.00	0.00
	De pozo, lluvia, aljibe	1.48	2.22
	De pila pública, carrotanque, aguatero	3.56	2.76
	Acueducto por tubería / otra fuente por tubería	5.37	9.02
Combustible para cocinar	Leña, carbon, materiales de desecho, no cocinan	0.00	0.00
	Petróleo / gasolina	5.77	5.69
	Gas / electricidad	7.65	8.92
Recolección de basuras	La tiran a un patio	1.01	0.00
	La queman o entierran	0.00	1.07
	La tiran a un río	2.43	1.07
	Recolección pública	6.60	9.54
Grupo 2: Capital humano presente y potencial			
Escolaridad maxima del jefe del hogar	Sin educación	0.00	0.00
	Primaria incompleta	0.70	2.43
	Primaria completa	5.00	5.44
	Secundaria incompleta	6.55	6.56
	Secundaria completa	8.11	7.53
	Superior incompleta	8.79	8.31
Escolaridad promedio personas de 12 años y más	Superior completa y postgrados	9.74	8.66
	= 0	4.26	0.00
	> 0 y <= 4 años	0.00	0.56
	> 4 y <= 5 años	4.98	3.96
	> 5 y <= 10 años	8.01	6.58
	> 10 y <= 11 años	9.66	8.00
	> 11 y <= 15 años	11.62	8.78
Proporción de niños de 5 a 11 años que asisten a un centro educativo	> 15 años	10.68	9.10
	Proporción = 0	0.00	0.00
	Proporción > 0 y < 1	2.61	5.53
Proporción de jóvenes de 12 a 18 años que asisten a secundaria o universidad	Proporción = 1	5.45	6.67
	Proporción = 0	0.00	0.00
	Proporción > 0 y < 1	4.07	3.32
Grupo 3: Tamaño y composición del hogar	Proporción = 1	5.90	5.15
	Proporción < 0.65	3.02	0.00
	Proporción >= 0.65 y < 0.0	0.00	1.31
Proporción de niños menores de 6 años en el hogar	Proporción = 0.0	6.34	2.90
	Proporción > 7	2.75	0.00
Hacinamiento en el hogar (No. personas/cuarto)	Hacinamiento >= 6 y < 7	3.09	2.21
	Hacinamiento >= 5 y < 6	2.65	3.65
	Hacinamiento >= 4 y < 5	2.22	4.89
	Hacinamiento >= 3 y < 4	0.76	4.89
	Hacinamiento >= 2 y < 3	0.00	5.67
	Hacinamiento >= 0 y < 2	8.11	8.70
Grupo 4: Calidad de la vivienda			
Material predominante en los pisos	Tierra / arena	0.00	0.00
	Madera burda / tabla	5.46	5.60
	Cemento	6.13	7.35
	Baldosín / Ladrillo / madera pulida / mármol / alfombra, tapete	15.26	11.288
Material predominante en las paredes	Sin paredes	8.49	0.00
	Guadua / caña / esterilla	5.59	0.00
	Madera burda	0.00	0.00
	Bahareque	1.47	0.06
	Zinc / tela / carton	6.92	0.40
	Adobe o tapia pisada	3.91	2.22
	Bloque / ladrillo	10.54	8.41



### Comparación de los métodos AFM y Prinqual en la construcción de índices sintéticos

---

En este capítulo se van a establecer las semejanzas y diferencias en los índices construidos por los métodos AFM y Prinqual descritos en el capítulo 1.

Para este fin es necesario tener en cuenta que, los métodos ACP o ACM, se pueden considerar como casos particulares del método AFM:

- Cuando sólo se conforma un grupo de variables cuantitativas, el método AFM es un ACP, según lo explica Escofier & Pages (1992).
- El método AFM es equivalente a un ACM, cuando sólo se establece un grupo de variables cualitativas, de acuerdo con Escofier & Pages (1992).

#### 3.1. Índices sintéticos iguales

Los índices sintéticos construidos con los métodos AFM y Prinqual (ver Gifi (1990), (Escofier & Pages 1992)) son iguales en el siguiente caso:

- Si los individuos están descritos por variables nominales y no se establece una estructura de grupos, en este caso:
  - Cuando incluyen con variables cualitativas, el AFM primero realiza un ACM, utilizando la tabla disyuntiva completa de la matriz  $\mathbf{Y}_q$ , es decir,  $\mathbf{Z}_q$  presentada en la figura 1.1 página 2, esta matriz se pondera generando una nueva matriz, con la cual en segundo lugar se realiza el análisis global, la ponderación hace que la nube se expanda, es decir las coordenadas de los puntos en el AFM están multiplicadas por  $\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}}$ . Todos los resultados del análisis global son proporcionales a los resultados obtenidos en el paso anterior, en este caso particular el primer valor propio es 1.
  - Se realiza Prinqual a la matriz  $\mathbf{X}_q^*$  de variables nominales óptimamente cuantificadas, por medio de la transformación Opscore. La primera componente que se

obtiene, se multiplica por  $\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}}$ , donde  $\lambda_1$  es el mayor valor propio del análisis, lo que reduce la nube. En el proceso iterativo de Prinqual, se encuentra el óptimo valor, en el último ACP realizado (Gifi 1990), página 88.

Las primeras componentes principales de un análisis son homotéticas a las del otro, es decir, el índice calculado con el método AFM, se debe multiplicar por  $\sqrt{\lambda_1}$  ( $\lambda_1$  es el mayor valor propio del análisis), para que sea igual al índice calculado con el método Prinqual. Esto significa que, al reescalar la componente principal obtenida por cada método, utilizando los procedimientos presentados en la sección 2.3, se genera el mismo índice sintético. Una demostración formal de la equivalencia de los métodos Prinqual y ACM se encuentra en Gifi (1990).

### 3.2. Índices sintéticos diferentes

Los índices sintéticos construidos con los métodos AFM y Prinqual son diferentes en los siguientes casos:

1. Si los individuos están descritos por variables ordinales y no se establece una estructura de grupos, debe tenerse en cuenta que:
  - El AFM realiza un ACM a la matriz  $\mathbf{Y}_o$ , se debe tener en cuenta que, el ACM se creó para el tratamiento de variables categóricas, donde se busca estudiar la asociación de las categorías de las diferentes variables sin considerar un orden preestablecido de las categóricas.
  - Se realiza Prinqual sobre la matriz  $\mathbf{X}^*$  de variables óptimamente cuantificadas, por medio de la transformación Monótona. Prinqual, en cada iteración utiliza las categorías de las variables originales para obtener los puntajes de las categorías, revisar la ordinalidad y unir categorías de ser necesario. Lo anterior permite mantener la ordinalidad.

El método ACM no verifica la ordinalidad de las categorías, mientras que el método Prinqual si lo hace, por lo tanto, los índices resultantes no son iguales.

2. Si los individuos están descritos por variables cuantitativas estructuradas en grupos:
  - Se aplica el método AFM a la matriz  $\mathbf{Y}$ , realizando ACP a cada uno de los grupos de variables cuantitativas, luego se realiza ACP global a los grupos ponderados.
  - Con el método Prinqual, se realiza solo un ACP a la matriz  $\mathbf{X}^*$ , utilizando la transformación lineal.

Teniendo en cuenta que, en el método AFM se efectúan ponderaciones a los grupos y en el método Prinqual no, los índices resultantes son diferentes.

3. Si los individuos están descritos únicamente por variables nominales o únicamente por variables ordinales, estructuradas en grupos:

- Se desarrolla el método AFM a la matriz  $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_q \ \mathbf{Y}_o]$ , realizando ACM a cada uno de los grupos de variables nominales u ordinales, para ponderarlos y hacer el ACP global de la matriz  $\mathbf{Y}$ .
- El método Prinqual, utiliza la transformación Opscore para las variables nominales y Monótona para las variables ordinales, realizando ACP sobre la matriz  $\mathbf{X}^*$  iteradamente.

Los índices resultantes difieren, debido a la ponderación de los grupos realizada en AFM y a que en Prinqual se tiene en cuenta la ordinalidad de las variables.

4. Si los individuos están descritos por variables con niveles de medición mixto, es decir variables cuantitativas, nominales y ordinales, se considera que:
  - En el método AFM se realiza ACP a cada uno de los grupos de variables cuantitativas y ACM a cada uno de los grupos de variables nominales u ordinales, para ponderarlos y hacer el ACP global.
  - En el método Prinqual, para la cuantificación óptima de las variables cuantitativas, nominales y ordinales se utiliza las transformaciones lineal, Opscore y Monótona respectivamente, conservando la pertenencia a las categorías en las variables nominales y la ordinalidad en las categorías de las variables ordinales, sin ponderar los grupos.

Los índices resultantes en cada uno de los métodos son diferentes, por las siguientes razones: ponderación de los grupos de variables en AFM, inexistencia de transformaciones en AFM, ausencia de ponderación en Prinqual y verificación y conservación de la ordinalidad en Prinqual.

### 3.3. Cambios para obtener índices sintéticos iguales

Con los métodos AFM y Prinqual, se construyen índices diferentes por la razones señaladas en la sección anterior, pero introduciendo cambios en los procedimientos, se pueden construir índices iguales, permitiendo una mejor aplicación de los dos métodos y aprovechando sus ventajas. Algunos de esos cambios se presentan a continuación.

1. Si los individuos están descritos por variables cuantitativas estructuradas en grupos.
  - Considerando que en el método AFM se efectúan ponderaciones a los grupos y en el Prinqual no, es posible introducir en el método Prinqual, las ponderaciones que hace el método AFM, a través del siguiente procedimiento:
    - a. Realizar Prinqual a cada uno de los grupos de variables cuantitativas  $\mathbf{X}_c^* = [\mathbf{X}_{c1}^*, \dots, \mathbf{X}_{cJ_c}^*]$ .
    - b. Identificar el mayor valor propio ( $\lambda_1^j$ ), de cada de uno de los análisis anteriores.
    - c. Realizar  $ACP(\mathbf{X}_c^*, \mathbf{M}, \mathbf{I})$ , donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de métrica:

$$\mathbf{M} = \text{diag} \left( \frac{1}{\lambda_1^j} \mathbf{I}_{K_j} \right).$$

- d. Construir el índice sintético con la primera componente principal del análisis global.
2. Si los individuos están descritos únicamente por variables nominales o únicamente por variables ordinales, estructuradas en grupos.
    - Como los índices resultantes difieren, debido a la ponderación de los grupos realizada en AFM ya que en Prinqual se respetan las restricciones de medida, la forma de obtener el mismo índice sintético en los dos métodos requiere, introducir las ponderaciones en Prinqual a través siguiente procedimiento:
      - a. Realizar Prinqual a la matriz  $\mathbf{X}^*$  conformada por grupos de variables nominales  $\mathbf{X}_q^*$  u ordinales  $\mathbf{X}_o^*$ , es decir,  $\mathbf{X}^* = [\mathbf{X}_{q1}^*, \dots, \mathbf{X}_{qJ_q}^*, \mathbf{X}_{o1}^*, \dots, \mathbf{X}_{oJ_o}^*]$
      - b. Identificar el mayor valor propio de cada de uno los análisis separados, es decir  $\lambda_1^j$ .
      - c. Realizar  $ACP(\mathbf{X}^*, \mathbf{M}, \mathbf{I})$ , donde  $\mathbf{M}$  es la matriz métrica de la forma:
 
$$\mathbf{M} = \text{diag} \left( \frac{I_K}{\lambda_1^j I Q_j} \right), I_k \text{ es el número de individuos que toman la categoría } k.$$
      - d. Construir el índice sintético con la primera componente principal del análisis global.
  3. Si los individuos están descritos por variables con niveles de medición mixto, es decir variables cuantitativas y cualitativas.
    - Teniendo en cuenta que los índices resultantes en cada uno de los métodos son diferentes, por las razones ya estudiadas (sección 3.2, numeral 4), es posible obtener el mismo índice si se introducen las ponderaciones en el método Prinqual, considerando los mismos grupos que se establecen en AFM, se desarrollan los siguientes pasos:
      - a. Realizar Prinqual a la matriz  $\mathbf{X}^*$ , conformada por grupos de variables cuantitativas  $\mathbf{X}_c^*$  y nominales  $\mathbf{X}_q^*$ , es decir,  $\mathbf{X}^* = [\mathbf{X}_{c1}^*, \dots, \mathbf{X}_{cJ_c}^*, \mathbf{X}_{q1}^*, \dots, \mathbf{X}_{qJ_q}^*]$
      - b. Identificar el mayor valor propio de cada de uno los análisis anteriores, es decir  $\lambda_1^j$ .
      - c. Realizar  $ACP(\mathbf{X}^*, \mathbf{M}, \mathbf{I})$ , donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de métrica con la forma de la ecuación 1.5.
      - d. Construir el índice sintético con la primera componente principal del análisis global.

### 3.4. Conclusiones

Luego de comparar las metodologías empleadas en AFM y Prinqual, determinadas las razones de las diferencias y teniendo en cuenta la diversidad de aspectos a considerar, se puntualizan los elementos particulares más relevantes.

- a. Estructuración de grupos en AFM: el método en su proceso pondera los grupos de variables (ver sección 1.2), lo que significa, que si existe un grupo con un número elevado de variables, o hay alta correlación entre las variables, la ponderación permite que este grupo no determine los primeros factores.

- 
- b. Inexistencia de transformaciones en AFM: el método fue creado para el tratamiento simultáneo de tablas con información tanto cuantitativa como cualitativa. (ver sección 1.2).
  - c. Ausencia de ponderación en Prinqual: el método trata grupos de variables cualitativas, nominales y ordinales, para transformarlas, pero sin ponderarlos. (ver sección 1.3).
  - d. Verificación y conservación de la ordinalidad en Prinqual: el método compara y mantiene ordenadas las categorías de las variables. (ver sección 1.3).

Lo anterior implica que los índices construidos con el método Prinqual, cuando se establece una estructura de grupos en la que se incluyan variables con niveles de medición mixto, difieren de los índices construidos con el método AFM. Esta diferencia se origina por la participación de grupos y variables ordinales.

## Índice de competitividad para Pymes (ICP)

---

En la presente investigación se aplican los métodos AFM y Prinqual, para la construcción del índice de Competitividad de las Pymes (ICP). Existe un modelo que mide la competitividad de los países y de sectores económicos (Porter 1990), pero no se dispone de uno que mida la competitividad de una Pyme frente a las demás.

El diseño del modelo requerido, debe incluir características multivariadas que faciliten la construcción de un índice sintético, con el cual se mida la variable latente competitividad. El índice de competitividad permitirá adoptar y desarrollar óptimamente las políticas gubernamentales de apoyo e impulso a las Pymes.

La construcción del índice de competitividad, es uno de los objetivos del grupo Tecnimat, grupo que pertenece al Departamento de Matemáticas de la Universidad Central (Tecnimat 2009), el desarrolla una investigación sobre la competitividad de las Pymes en Colombia. La información recopilada para dicho trabajo, ha sido puesta a disposición de esta investigación, para construir el índice aplicando los métodos AFM y Prinqual.

El grupo de investigación Tecnimat partió del estudio de autores que tratan los modelos de competitividad como Porter (1996), Román (2004), Prahalad & Ramaswamy (2004) y la Cepal (1996). Debido a que hasta el momento el término “competitividad” es considerado ambiguo y de compleja definición, el grupo también se ocupó de la revisión relativa a las Pymes en Colombia. Los resultados de ese estudio se resumen a continuación.

### 4.1. Desarrollo conceptual

#### 4.1.1. Competitividad

El término competitividad se utiliza comúnmente para referirse al desempeño de una firma, un sector o un país, frente a los demás en una economía. Porter (1990) afirma que “no existe una definición de competitividad ni una teoría de la misma para explicarla, que sean generalmente aceptadas”. Así mismo, reconoce que “su significado puede ser diferente cuando se habla de una empresa, de una nación o también, de acuerdo con la especialidad o enfoque que lo defina”.

Para Porter (1996), Lever & Turok (1999), Begg (2002), Yoguel et al. (1999), o Sobrino (2003), la competitividad es un proceso de generación y difusión de competencias el cual depende no solo de factores micro-económicos sino también de las capacidades que ofrece el territorio para facilitar las actividades económicas. Es decir, se trata de generar en el espacio un entorno físico, tecnológico, social, ambiental e institucional propicio para atraer y desarrollar actividades generadoras de riqueza y empleo.

Porter (1990) propone la especialización de los recursos y el desarrollo de la innovación como estrategias para lograr una mejor posición o identificación de los factores de competitividad en una empresa o nación y propone medir la competitividad desde la productividad. De esta manera la ventaja competitiva se logra con estrategias administrativas sobre los costos de producción, la diferenciación del producto, la segmentación del mercado, la sostenibilidad y la generación de valor mediante la cadena de valor, la cual se entiende como incrustada dentro de un sistema.

En cuanto a estudios de competitividad referidos a empresas, son relevantes los realizados por Oster (2000) en el contexto de las empresas norteamericanas, a través del cual demuestra porque dos empresas dotadas con las mismas cantidades de recursos pueden presentar diferencias en sus niveles de competitividad.

También en el ámbito de la empresa, Román (2004) realiza un análisis que tiene en cuenta el tamaño de la organización, destacando las ventajas que permiten a las Pymes competir frente a organizaciones de mayor tamaño si se ubican en “nichos de mercado” para adoptar innovaciones tecnológicas como elementos que definen el perfil competitivo de la empresa y adoptar decisiones rápidas, gracias a la poca rigidez de sus estructuras administrativas.

Prahalad & Ramaswamy (2004) construyen su modelo de competitividad, desde las competencias medulares o cocreación de valor, expresadas como el aprendizaje colectivo para coordinar diversas habilidades de producción e integrar múltiples corrientes de tecnología, consistentes en adoptar como principio que el consumidor y la empresa crean valor conjuntamente y que este valor se centra en los individuos y sus experiencias.

Así mismo, en un concepto más asociado al saber hacer, con un significado diferenciador en el mercado, los autores proponen un nuevo paradigma al declarar: “la cooperación es mejor que la competencia”, esto es, trabajar no en pos de la rivalidad entre las empresas sino por el contrario, en busca de la cooperación para posibilitar, sobre todo a las Pymes, con la unión de sus recursos, humanos, de capital y de experiencias, el acceso a las nuevas tecnologías y al desarrollo de productos con mayor valor agregado que el que podrían conseguir al permanecer solas en el mercado.

Otros estudios referidos a países o a sectores tales como el Modelo de Competitividad Sistémica de la Cepal (1996) ordena las condiciones para la competitividad en cuatro niveles: meta, en el cual se incluye la cultura, los valores, la organización política, jurídica, económica y la capacidad estratégica; el meso, en el que se ubica la infraestructura física, las políticas educacionales, tecnológicas y ambientales, que de manera selectiva impulsan la importación y la exportación; el macro, integrado por las políticas presupuestaria, fiscal, monetaria, cambiaria y comercial; y el nivel micro, en el que se incluye la capacidad de gestión, las estrategias empresariales, la gestión de la innovación y mejores prácticas en el ciclo completo de producción, la logística empresarial y, la integración en redes de

cooperación tecnológicas y de interacción de proveedores y productores.

El grupo Tecnimat, de acuerdo con sus objetivos y al estudio de los anteriores autores, define la competitividad como: “La capacidad de producir bienes o servicios innovadores con valor agregado, de participar, crecer y asociarse en un mercado globalizado, a partir de una organización sistémica que incorpora elementos económicos, políticos, socioculturales y ambientales” (Tecnimat 2009).

#### 4.1.2. Pymes

En Colombia una micro, pequeña o mediana empresa es una Pyme, definida como toda unidad de explotación económica, realizada por persona natural o jurídica, en actividades empresariales, agropecuarias, industriales, comerciales o de servicios, rurales o urbanas, puntualizando que, con la ley 590 del 10 de junio de 2000 y la ley 905 del 2 de agosto de 2004 se da el marco legal a estas empresas.

Para ser clasificadas como Pymes, las empresas deben responder a los parámetros ubicados en la columna 3 o 4 de la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Características de las Pymes

Clase de empresa	Planta de personal	Activo total (salarios mínimos mensuales legales vigentes)
Mediana	entre 51 y 200	entre 5.001 y 30.000
Pequeña	entre 11 y 50	entre 501 y 5.000
Micro empresa	no superior a 10	menor a 501 (excluida vivienda)

En el país las Pymes existentes, se caracterizan por: tener menos de 20 empleados, estar conformadas por grupos familiares, sus altos niveles de informalidad, sus bajos niveles de asociatividad, la estrechez de los mercados a los que dirigen sus productos, el bajo nivel tecnológico y de formación de sus recursos humanos, y el limitado acceso al sector financiero, como ocurre en muchos de los casos (Conpes 2007); de tal manera que son empresas con poca solvencia económica, con una administración cerrada y con poco conocimiento de la prospectiva, de los escenarios económico-financieros y condiciones que deben ser fortalecidos para permanecer y crecer en el contexto nacional e internacional.

Por esta razón ha sido un propósito gubernamental, formalizado en la política nacional de competitividad Conpes (2008), declarar como primordiales los siguientes objetivos:

1. Aumentar y diversificar la oferta exportable de bienes y servicios en función de la demanda mundial.
2. Aumentar capacidad de venta de bienes y servicios colombianos al exterior, mediante promoción de las inversiones Internacionales y el mejoramiento de las condiciones de prestación internacional de servicios.
3. Aumentar la productividad empresarial y hacer competitiva la actividad exportadora.

Atendiendo a este propósito algunas de las agremiaciones regionales y entidades gubernamentales, desarrollan programas de apoyo a los empresarios con el fin de brindar



capacitación que permita fortalecer las Pymes, optimizar y documentar sus procesos de producción y de innovación en sus productos o servicios.

En este sentido el grupo Tecnimat considera para complementar los programas gubernamentales, detectar en qué áreas cada una de las Pymes debe mejorar, para este fin propone medir la competitividad de las Pymes a través de un índice sintético que las ordene (Tecnimat 2009). Además busca identificar y proponer para estas empresas, medidas que les ayuden y las hagan más competitivas.

Con el fin de obtener información real de las Pymes, se realizó un estudio de caso para empresas ubicadas en la ciudad de Bogotá. En este estudio participaron los alumnos de la asignatura “Muestreo ” de la carrera de Mercadología (Universidad Central), bajo la dirección del grupo Tecnimat, quienes entrevistaron 71 empresas.

A partir de la información obtenida desde varias fuentes como: documentos, registros de archivos, entrevistas y observación directa de los participantes e instalaciones de las empresas, se realizan estudios exploratorios para conceptualizar los índices y teniendo en cuenta que las Pymes encuestadas no constituyen una muestra, no es posible hacer inferencias. Se trata de un estudio piloto para analizar las realidades de estas Pymes.

Basado en los anteriores estudios el grupo, propone aplicar el modelo de análisis desarrollado por Charum et al. (1999), para caracterizar las Pymes, utilizando el modelo que se presenta en la siguiente sección.

### **4.1.3. El modelo de Análisis**

Definidas las Pymes en Colombia, los elementos que las caracterizan pueden estructurarse a partir de la organización empresarial, que junto con el recurso humano, las condiciones financieras, el aprovechamiento de las políticas de estado, permiten a las Pymes interactuar con el entorno e ingresar y permanecer en el mercado de manera sostenible. La forma como estos elementos se interrelacionan, determinan la competitividad de las empresas, razón por la cual se definen a continuación.

#### **4.1.3.1. Elementos estructurales o áreas de análisis de una Pyme**

##### **1. Organización empresarial**

La organización empresarial moderna, está encaminada a dar respuesta inmediata y efectiva al cliente, la empresa debe estar organizada por procesos y trabajando en grupos interdisciplinarios responsables y abiertos al cambio, los jefes deben poseer un alto nivel de mando y saber delegar. El proceso de planeación debe ser gradual y organizado e implica la conformación de un equipo, la integración de la organización, y su control mediante monitoreo de funciones y una asignación de recursos y poder (Oster 2000). En la organización empresarial se aúnan la estructura y estrategias administrativas para el normal funcionamiento de la organización, la planeación de la producción, la capacidad gerencial, ética e imagen corporativa.

## 2. Recurso humano

Un elemento estructural de las Pymes que permite determinar la estrategia competitiva, es el recurso humano y su administración. Las personas son el principal activo de una empresa y están por encima de los activos materiales y financieros. Toda empresa compite con el valor agregado y este se logra, en gran medida, con el buen desempeño de la mano de obra. Es así como muchos modelos evalúan la productividad teniendo como referencia el recurso humano. Las aportaciones teóricas de varios autores entre ellos Porter (1990) destacan, al respecto, que son precisamente los recursos humanos los intangibles con mayor capacidad para el desarrollo de ventajas competitivas.

El recurso humano hace referencia a la mano de obra necesaria para la generación del bien, e involucra todo lo relacionado con estructuras de autoridad, la forma de vinculación, rotación y promoción del personal, planes de capacitación, políticas de pertenencia, políticas de estímulos, escalas salariales y aplicación de programas de seguridad industrial.

## 3. Condiciones financieras y comerciales

Es entendido aquí como el instrumento monetario para desarrollar una actividad económica, implica los puntos de partida y de llegada de cualquier empresa, si un proyecto no cuenta con la financiación adecuada y no llega a una rentabilidad final no tiene viabilidad y mucho menos llegará a ser competitivo. El área de análisis contempla las variables relacionadas con los costos de producción y de oportunidad, las fuentes de financiación y la rentabilidad de los recursos involucrados en el negocio.

## 4. Producción

La estrategia competitiva de la producción surge con Skinner (1969) a partir de los años 70s. El objetivo de cualquier empresa es aumentar la producción para obtener ganancias, la producción entonces se convierte en un indicador del crecimiento económico y la productividad se obtiene de la combinación eficiente de los factores productivos de la empresa. La producción está asociada a las variables relacionadas con la infraestructura, la ubicación de la planta, los insumos, la calidad, la logística de producción y el almacenamiento. Es en esta área o elemento en donde con mayor razón puede evaluarse la aplicación de las normas de calidad, como la normas ISO en sus series 9000, (ISO 2000, Johnson 2008), determinantes en la medición de la competitividad.

## 5. Políticas de estado

La competitividad de una empresa no solo se ve afectada por sus operaciones internas sino por el entorno en que opera, políticas de estado, normatividad, cultura entre otras. Las políticas de estado están constituidas por variables que encierran la normatividad exigida para la constitución de la organización, los regímenes y controles a que según su naturaleza está sometida, las políticas macroeconómicas y de comercio nacional o internacional y el aprovechamiento de beneficios e incentivos gubernamentales.

## 6. Entorno sociocultural

En el proceso de planeación se tiene en cuenta el ambiente en el cual se mueven las organizaciones, incluido el sector económico del cual hace parte, la organización mis-

ma, la relación de las organizaciones dentro de un sector. Un grupo estratégico es una subestructura de un sector económico que comparte algunos activos y que sigue algunas estrategias comunes (Oster 2000). Para el modelo de competitividad, el motor impulsor será la disposición para la asociatividad, mirándola desde los proveedores, los competidores, la interdependencia sectorial y las cadenas asociativas. Otros aspectos de este elemento estructural, son los relativos a la inoculación del personal y su familia en actividades socioculturales y de integración que permiten optimizar el recurso humano.

#### 7. Mercados

Para Oster (2000) la relación entre economía y estrategia se basa esencialmente en el estudio del desempeño de las elecciones en una variedad de mercados buscando rentabilidad y aprovechando rápidamente la oportunidad cuando se presente, de que el área que representa a los mercados haga referencia, al producto, la publicidad y la comercialización. De acuerdo con la normas ISO en sus series 9000 (ISO 2000, Johnson 2008), la mayoría de las empresas que han certificado sus productos o servicios tienen mayor aceptación y permanencia en el mercado.

#### 8. Medio ambiente

El medio ambiente está constituido por agua, aire, suelo, flora, recursos naturales, fauna y seres humanos. El modelo integra en la conformación del área aspectos relacionados con las exigencias a nivel nacional e internacional (ISO 2000, Clementes 1997), los referentes a la conservación y el desarrollo sostenible del ambiente, tales como: tratamiento de residuos, producción de elementos contaminantes, reciclaje y responsabilidad social al respecto.

#### 9. Documentación

La documentación de la Pyme comprende la información básica que le permite a la empresa funcionar, como el registro de constitución de la Cámara de Comercio (otros requisitos se encuentran en C.1) y la información generada y actualizable en cada una de las áreas como: planes, normas, licitaciones, apoyos, procedimientos y manuales entre otras. Esta documentación facilita verificar el cumplimiento de requisitos, auditar las empresas de acuerdo a la normatividad vigente, analizar el estado de los indicadores de cada Pyme, valorar las oportunidades del negocio o servicio según requerimientos del mercado y diagnosticar el estado de la Pyme en campos como el financiero.

### 4.1.3.2. Selección de los ejes de análisis

La definición de los criterios para realizar el análisis de las áreas de estudio o elementos estructurales de las Pymes a través del principio analítico, (Charum et al. 1999, Montenegro 1999, Olaya 2000) dió como resultado la selección de criterios o ejes que determinan la competitividad, estos criterios son: calidad, sostenibilidad, productividad e innovación.

#### 1. Calidad

La calidad de una Pyme es el grado en el que la buena planeación, administración de sus miembros y recursos financieros, producción, mercadeo y conservación del medio

ambiente, le permite generar bienes o servicios que, satisfacen las necesidades del cliente o usuario, según las normas ISO en sus series 9000 (ISO 2000, Johnson 2008).

## 2. Sostenibilidad

Una Pyme es sostenible no solo cuando obtiene resultados económicos, sociales, en el medio ambiente, y aumenta su valor a mediano y largo plazo, sino, cuando además contribuye al bienestar y progreso de los seres humanos.

## 3. Productividad

La productividad es la capacidad de una Pyme de alcanzar los objetivos propuestos y producir bienes o servicios de alta calidad con el menor esfuerzo de los recursos: humano, físico y financiero, permitiendo a sus integrantes, desarrollar toda su capacidad y lograr mejoras en el nivel de su calidad de vida.

## 4. Innovación

La acumulación del conocimiento científico y tecnológico genera riqueza y su acopio es lo que hoy se denomina innovación y tecnología, cuya medición estará basada en los bienes de capital, el talento humano y el proceso de transferencia o adquisición de tecnología (Tecnimat 2009). En el caso de innovación particular, la complejidad se incrementa con el número y la esfera de acción de los activos coespecializados asociados con la innovación (Oster 2000).

Siguiendo el principio constructivista (Charum et al. 1999, Montenegro 1999), para la elaboración del modelo de análisis de las Pymes, se conforma la matriz estratégica (tablas C.11 a C.13). En las columnas se encuentran los criterios analíticos calidad, sostenibilidad, productividad e innovación, y en las filas los elementos estructurales que definen las Pymes. La intersección de los elementos estructurales y de los criterios analíticos de esta matriz, representa las características a estudiar y esta representación permite identificar los temas relevantes, que dan cuenta de la competitividad.

Una vez construida la matriz estratégica, es necesario documentar la información de cada uno de los temas relevantes, disponibles en cada una de las empresas, entonces con esta documentación, se conforma una nueva matriz, la de análisis (tablas C.14 a C.16).

Con las matrices de temas relevantes y análisis, es posible cuantificar por medio de escalas, las contribuciones que los elementos estructurales y criterios analíticos hacen a las características medidas, permitiendo construir la matriz de indicadores (tablas C.17 a C.21). Sin embargo, con la información disponible, no es posible atender totalmente a la definición de productividad, por lo anterior, éste grupo de variables se identifica con el nombre “atención a la productividad”. Si las Pymes prestan atención a estos aspectos se prevee que midan la competitividad.

### 4.1.4. Estructura de la información de las empresas Pymes

La matriz  $\mathbf{Y}$  (expresión 1.1) está conformada por Pymes, descritas por variables variables cuantitativas, nominales y ordinales.  $\mathbf{Y}$  se estructura en los grupos: calidad, sostenibilidad, sostenibilidad financiera, atención a la productividad e innovación, como se observa en la figura 4.1.

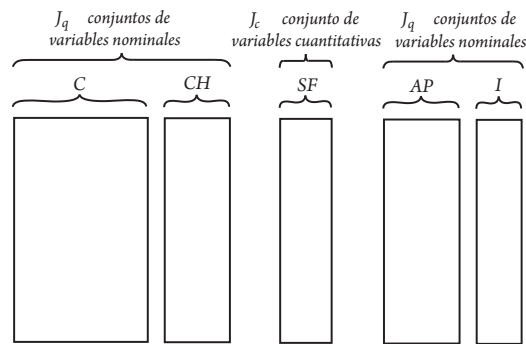


Figura 4.1: Matriz o tabla de datos de la información de las Pymes

Con la información de las encuestas se construyó la base de datos para estas Pymes, se utilizó el modelo de medición, siguiendo la metodología explicada en la sección anterior, el detalle de las variables que conforman cada criterio de análisis o grupo, se presenta en la tabla 4.2, estas variables se encuentra en negrilla en las tablas C.11 a C.21.

Tabla 4.2: Grupos y variables para construir el ICP

Grupos	variables
Calidad	Misión
	Toma decisiones
	Seguridad industrial
	Conocimiento reglamento
	Promoción personal
	Fuente financiación
	Plan producción
	Control calidad materias primas
	Control calidad producto terminado
	Programa control calidad y mejoras
Sostenibilidad	Estudios de mercado
	Políticas de conservación medio ambiente
	Empleados con educación universitaria
	Años funcionamiento
	Número de empleados
	Tipo tasa crédito
	Permanencia mercado
	Vende a escala
	Contrato fijo
	Contrato ocasional
Sostenibilidad financiera	Rentabilidad / patrimonio
	Utilidad neta / activos
	Total activos / total pasivos
	Utilidad neta / venta neta
Atención a la productividad	Activo corriente / pasivo corriente
	Visión
	Plan contingencia
	Mantenimiento preventivo
	Exención impuestos
	Beneficios causales exención
	Sistema distribución compartida
Mayor volumen residuos	
Innovación	Tratamiento residuos
	Ideas innovadoras
	Maquinaria equipo
	Nuevos productos servicios
	Normas conservación medio ambiente

La información de la Pymes, tiene la estructura de las tablas C.1 a C.10. El índice de competitividad para las Pymes (ICP), está conformado por variables cuantitativas, nominales y ordinales, el detalle de su construcción por medio de los métodos estadísticos multivariados AFM y Prinqual se expone en las siguientes secciones.

## 4.2. Construcción del índice de competitividad para Pymes (ICP)

Con los métodos AFM y Prinqual se obtiene la primera componente principal, por medio de la metodología explicada en las secciones 1.2 y 1.3. Estas componentes, al ser reescaladas por medio de puntajes (ver sección 2.3.2), representan el índice de manera precisa y didáctica, lo cual facilita la interpretación que haga cualquier usuario de índices o la explicación que el experto proporcione.

Previamente, se realiza un análisis descriptivo exploratorio de las variables presentadas en negrilla en las tablas C.11 a C.21, detectando variables con frecuencias demasiado bajas, también mediante ACM realizado a cada uno de los grupos de variables cualitativas, se identifican variables poco asociadas y el grupo “sostenibilidad ” se divide en dos grupos: sostenibilidad con variables cualitativas y sostenibilidad financiera con variables cuantitativas.

Además el grupo Tecnimat decidió no incluir algunas variables, al considerar que no hacían un aporte significativo a la medición del índice. En la columna 2 de la tabla 4.5, se presentan las variables que se incluyeron en la construcción del ICP.

### 4.2.1. Índice de competitividad para Pymes. Método AFM

Utilizando el AFM para construir el ICP, la información de las tablas C.1 a C.10 que contiene 71 Pymes y 39 variables, se estructura en cinco grupos: calidad, sostenibilidad, sostenibilidad financiera, atención a la productividad e innovación. Estos grupos de variables se organizan de acuerdo a la estructura de la tabla 4.2:

- 13 relacionadas con la calidad
- 7 relacionadas con la sostenibilidad
- 5 relacionadas con la sostenibilidad financiera
- 8 relacionadas con atención a la productividad
- 4 relacionadas con la innovación
- 2 ilustrativas

Las variables ilustrativas corresponden al tipo de sociedad y al producto o servicio que ofrece.

Con la metodología presentada para construir el índice, los pasos a seguir son:

- Calcular la primera componente principal con la ecuación  $F_1(i) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} a_{kj} x_{ikj}$  (ecuación 1.11).

- Reescalar esta componente, por medio de puntajes no negativos, utilizando el procedimiento visto en la sección, 2.3.1.

El cálculo de los puntajes, para la variable “plan de producción” del grupo “calidad”, se desarrolla a continuación:

1. Seleccionar el mínimo de los términos  $a_{kj}$ , es decir, el mínimo de las categorías de la variable plan de producción (columna 3, tabla 4.3), este término se denomina  $min_{kj}$ , que en este caso es  $-0.092$ .
2. Reescalar cada uno de los términos  $a_{kj}$  de cada categoría de la variable plan de producción, por medio de la ecuación:  $r_{kj} = a_{kj} - min_{kj}$  (ecuación 2.10). Los resultados se presentan en la columna 4, de la tabla 4.3.
3. Obtener la suma de los máximos de los términos  $a_{kj}$ , con la ecuación:

$$sumax_J = \sum_{j=1}^J \sum_{q_j=1}^{Q_j} max_{k_j \in q_j} (r_{kj}) \text{ (ecuación 2.11):}$$

$$sumax_J = 8.9565$$

4. Obtener los puntajes de cada una de las categorías, por medio de la ecuación:  $p_{kj} = \frac{r_{kj}}{sumax_J} \times 100$  (ecuación 2.12). Los resultados se muestran en la columna 6 de tabla 4.3.

Tabla 4.3: Puntajes de la variable plan de producción. AFM

Variable:	plan de producción	$a_{kj}$	$r_{kj}$	$p_{kj}$	$p_{kj} \times 100$
Categorías	nunca	-0.092	0.000	0.000	0.000
	casi nunca	0.085	0.176	0.020	1.969
	algunas veces	0.041	0.132	0.015	1.462
	casi siempre	0.140	0.231	0.026	2.573
	siempre	0.135	0.226	0.025	2.525

5. Construir el índice sintético (ICP) para la Pyme  $i$ , este índice se obtiene sumando los puntajes que corresponden a una categoría de cada una de las 37 variables, con la formula:

$$Indice(i) = \sum_{k \in kj} p_{tkj} + \sum_{j \in J, k \in kj} p_{lkj} z_{ikj}$$

El método AFM asigna el mayor puntaje a la categoría “casi siempre” y el menor puntaje a la categoría “nunca”, esto se debe al tratamiento de los grupos que hace el método y a la frecuencia en las respuestas.

En la columna 4 de la tabla 4.5, se presentan los puntajes de las categorías de las variables que conforman el índice de competitividad de las Pymes, calculados con el método AFM.

#### 4.2.2. Índice de competitividad para Pymes. Método Prinqual

Con el método Prinqual, para el cálculo del índice ICP, en la matrix  $\mathbf{X}^*$  se establecen tres grupos de variables. Un primer grupo de variables cuantitativas que corresponde al

área de la información contable, estas son: rentabilidad del patrimonio, utilidad neta sobre activos, total activos sobre total pasivos, utilidad neta sobre venta neta y activo corriente sobre pasivo corriente. Un segundo grupo de variables nominales que son: ideas innovadoras, principal fuente de financiación, tipo de tasa de crédito, vende principalmente a escala local, regional o nacional, mayor volumen de residuos, tratamiento de residuos, tecnología de la maquinaria y equipo, políticas de tecnología, políticas de conservación del medio ambiente. Con las demás variables se conforma el tercer grupo que es de variables ordinales. Estos grupos establecidos en el método Prinqual, se estructuran así para incluir la opción de las transformaciones en la rutina del método. A continuación se desarrolla la metodología:

- Calcular la primera componente principal del Prinqual, con la ecuación  $F_1(i) = \sum_{j \in J, k \in K_j} a_{kj} x_{ikj}^*$  (ecuación 1.15, ver sección 1.3).

- Reescalar la primera componente principal para construir el índice de competitividad, con puntajes no negativos, por medio de los procedimientos vistos en la sección 2.3.1. Los puntajes de la variable “plan de producción” del grupo “calidad”, se calculan desarrollando los siguientes pasos:

1. Seleccionar el mínimo de los términos  $a_{kj}$ , es decir, el mínimo de las categorías de la variable plan de producción (columna 3, tabla 4.4), este término se denomina  $min_{kj}$ , que en este caso es  $-1.2385$ .
2. Reescalar cada uno de los términos  $a_{kj}$  de cada categoría de la variable plan de producción, por medio de la ecuación:  $r_{kj} = a_{kj} - min_{kj}$  (ecuación 2.10). Los resultados se presentan en la columna 4, de la tabla 4.4.
3. Obtener la suma de los máximos de los términos  $a_{kj}$ , con la ecuación:

$$sumax_J = \sum_{j=1}^J \sum_{q_j=1}^{Q_j} max_{kj \in q_j} (r_{kj}) \text{ (ecuación 2.11, ver sección 2.3.2):}$$

$$sumax_J = 15.098$$

4. Obtener los puntajes de cada una de las categorías, por medio de la ecuación:  $p_{kj} = \frac{r_{kj}}{sumax_J} \times 100$  (ecuación 2.12). Los resultados se muestran en la columna 6 de tabla 4.4.

Tabla 4.4: Puntajes de la variable plan de producción. Prinqual

Variable:	plan de producción	$a_{kj}$	$r_{kj}$	$p_{kj}$	$p_{kj} \times 100$
Categorías	nunca	-1.2385	0.0000	0.000	0.000
	casi nunca	-0.6372	0.0436	0.003	0.338
	algunas veces	0.0633	0.0943	0.007	0.731
	casi siempre	0.0633	0.0943	0.007	0.731
	siempre	1.5011	0.1985	0.015	1.538

5. Construir el índice sintético (ICP) para la Pyme  $i$ , este índice se obtiene sumando los puntajes que corresponden a una categoría de cada una de las 37 variables, de la misma forma como se procedió con en el método AFM.



Como el método Prinqual conserva el orden dado por el investigador a las categorías, los puntajes asignados se encuentran ordenados. En la columna 5 de la tabla 4.5, se presentan los puntajes de las categorías de las variables que conforman el índice de competitividad de las Pymes, calculados con el método Prinqual.

Tabla 4.5: Puntajes para la construcción del ICP

Criterios de análisis	variables	categorías	puntajes	puntajes
			AFM	Prinqual
Calidad	Misión	Nada	0.103	0.000
		Parcialmente	0.000	0.000
		Totalmente	0.101	0.922
	Toma decisiones	Dueño	0.000	0.000
		Gerente	0.054	0.730
		Junta	0.096	1.413
	Seguridad industrial	Nunca	0.000	0.000
		Casi nunca	4.229	0.000
		Algunas veces	0.908	0.000
		Casi siempre	0.955	0.000
	Conocimiento reglamento	Siempre	1.243	0.578
		Mala	0.100	0.000
		Regular	0.480	0.375
		Buena	0.000	0.873
	Promoción personal	Muy buena	0.794	0.873
		Concurso	0.861	1.422
		Democracia	1.058	0.964
	Fuente financiación	Dueño	0.000	0.000
		Méritos	2.775	3.427
		Acciones	0.000	0.0778
		Crédito	1.551	0.323
	Plan producción	Propios	0.460	0.000
		Otros	0.687	1.004
		Nunca	0.000	0.000
		Casi nunca	1.969	0.338
		Algunas veces	1.462	0.731
	Control calidad materias primas	Casi siempre	2.573	0.731
		Siempre	2.525	1.538
		Nunca	0.082	0.000
		Casi nunca	0.273	0.388
Control calidad producto terminado	Algunas veces	0.000	0.388	
	Casi siempre	0.479	0.388	
	Siempre	2.564	3.506	
	Nunca	0.297	0.000	
Programa control calidad y mejoras	Casi nunca	0.498	0.000	
	Algunas veces	0.471	0.000	
	Casi siempre	0.000	0.000	
	Siempre	2.840	3.827	
Estudios de mercado	Nunca	4.505	0.000	
	Casi nunca	0.000	0.000	
	Algunas veces	0.532	0.455	
	Casi siempre	0.746	3.918	
Políticas medio ambiente	Siempre	2.052	3.918	
	No ha realizado	0.654	0.000	
	Una vez	2.557	0.997	
Empleados con educación universitaria	De dos a tres veces	0.000	3.244	
	Poco importante	0.220	0.000	
	Importante	0.000	2.996	
Años funcionamiento	Muy importante	2.837	2.996	
	Hasta 25 %	0.000	0.000	
	Entre 25 % y 50 %	1.897	2.738	
	Entre 50 % y 75 %	2.039	2.809	
Años funcionamiento	Mas de 75 %	2.044	2.809	
	Hasta 5	0.630	0.000	
	Entre 6 y 10	0.010	0.206	
		Entre 11 y 15	0.000	0.905

Tabla 4.5: Puntajes para la construcción del ICP (continuación)

Criterios de análisis	variables	categorías	puntajes AFM	puntajes Prinqual
Sostenibilidad	Número de empleados	Mas de 15	0.600	0.952
		Menos de 11	0.000	1.752
		Entre 11 y 50	1.041	1.752
		mas de 50	2.874	0.000
	Tipo tasa crédito	Legal	0.574	0.742
		No paga	0.000	2.409
		Usura	2.203	0.000
	Permanencia mercado	Ganar	0.000	0.000
		Mantenerse	4.698	5.194
		Perder	0.916	1.323
	Vende a escala	Local	2.899	3.303
		Regional	0.000	0.000
		Nacional	0.992	1.376
	Contrato fijo	Hasta 25 %	0.000	0.000
		Entre 25 % y 50 %	1.920	2.312
Entre 50 % y 75 %		2.713	2.312	
Mas de 75 %		1.656	2.312	
Contrato ocasional	Hasta 25 %	0.349	0.000	
	Entre 25 % y 50 %	2.827	1.299	
	Entre 50 % y 75 %	1.055	1.299	
	Mas de 75 %	0.000	1.299	
Productividad	Visión	Nada	0.120	0.000
		Parcialmente	0.000	0.000
		Totalmente	0.803	0.861
	Plan contingencia	Nunca	0.000	0.000
		Algunas veces	0.579	0.000
		Siempre	1.445	1.318
	Mantenimiento preventivo	Nunca	0.041	0.000
		Casi nunca	0.000	0.000
		Algunas veces	0.203	0.236
		Casi siempre	0.115	0.236
	Exención impuestos	Siempre	2.706	3.999
		Nunca	2.704	0.000
		Algunas veces	0.566	2.091
	Beneficios causales exención	Casi siempre	3.386	2.091
		Siempre	0.000	2.091
		No genera	3.183	0.000
		Poco importante	0.000	3.160
	Sistema distribución compartida	Importante	0.122	3.160
		Muy importante	0.829	3.160
		Malas	0.582	0.000
		Regulares	0.000	1.240
Mayor volumen residuos	Buenas	0.140	2.192	
	Muy buenas	2.220	2.192	
	Biológico	0.698	1.730	
	Orgánicos	0.000	0.000	
Tratamiento residuos	Químicos	3.749	0.500	
	Otros	0.066	5.110	
	Desecha	0.000	0.000	
	Recicla	0.900	1.505	
Innovación	Ideas innovadoras	Transforma	4.062	5.390
		Combina	1.097	1.730
		Ignoradas	0.104	0.500
		Incentivadas	5.897	5.110
	Maquinaria equipo	Practica	0.000	0.000
		Obsoleta	0.000	0.000
		Funciona	2.457	1.802
		Avanzada	4.113	3.567
	Nuevos productos servicios	Última tecnología	0.212	0.415
		Nunca	7.155	0.000
Casi nunca		0.251	0.000	
Algunas veces		0.904	1.168	
		Casi siempre	2.042	2.671

Tabla 4.5: Puntajes para la construcción del ICP (continuación)

Criterios de análisis	variables	categorías	puntajes AFM	puntajes Prinqual
		Siempre	0.000	2.671
		No conoce	0.000	0.000
	Normas conservación medio ambiente	Parcialmente	1.432	1.343
		Totalmente	2.099	1.707

Tabla 4.6: Puntajes variables cuantitativas

Criterios de análisis	variables cuantitativas	puntajes AFM	puntajes Prinqual
Sostenibilidad financiera	Rentabilidad / Patrimonio	8.950	11.308
	Utilidad neta / activos	9.292	11.651
	Total activos / Total pasivos	9.232	11.802
	Utilidad Neta / Venta neta	9.402	11.753
	Activo corriente / Pasivo corriente	8.512	10.998

La ordenación de las Pymes de acuerdo con el índice de competitividad calculados por medio del método AFM, tiene un mínimo de 16.80 y un máximo de 87.19 y los calculados por el método AFM, tiene un mínimo de 17.34 y un máximo de 92.07, en razón a que ninguna Pyme tiene las características para obtener ni menores ni mayores puntajes, los resultados se presentan en la tabla 4.7

Tabla 4.7: Ordenación de las Pymes por medio del ICP

Pyme	Índice AFM	Índice Prinqual	Pyme	Índice AFM	Índice Prinqual
57	<b>87.19</b>	<b>89.00</b>	13	38.32	43.95
34	<b>86.25</b>	<b>92.07</b>	29	37.99	44.47
24	82.19	84.76	63	36.90	42.12
46	81.88	83.97	66	36.13	50.61
50	81.73	82.12	17	35.89	40.31
44	80.17	82.13	65	35.80	45.43
43	<b>78.73</b>	<b>77.31</b>	67	35.25	40.72
48	78.58	84.21	60	35.13	47.01
6	77.51	77.82	7	34.58	47.50
56	77.10	80.42	15	33.23	37.16
69	76.67	81.04	8	31.91	40.67
45	76.41	79.39	31	31.83	43.81
36	76.24	79.16	2	31.49	33.93
1	75.67	79.33	39	30.96	31.90
71	73.29	75.34	58	30.87	36.93
70	72.14	74.98	21	30.53	37.35
62	71.61	72.72	32	30.30	38.67
28	70.65	72.63	52	30.09	35.04
55	58.69	64.90	9	29.86	37.20
51	58.04	65.47	19	<b>29.19</b>	<b>45.52</b>
47	57.88	65.62	42	28.93	35.11
11	56.98	61.84	10	28.90	32.63
64	55.90	63.02	14	28.56	31.36
22	55.62	61.94	26	26.94	28.95
27	54.78	66.48	3	26.63	30.87
35	48.24	59.91	25	26.42	40.32
40	46.88	52.79	49	25.07	27.63
59	46.20	54.93	68	24.69	38.77
5	45.66	54.23	16	23.82	31.99
20	44.19	50.08	54	23.38	35.16
41	43.86	48.69	30	22.88	36.62
18	42.85	52.37	61	22.28	23.86
12	42.06	56.50	4	22.23	22.24

Tabla 4.7: Ordenación de las Pymes por medio del ICP. (continuación)

Pyme	Índice AFM	Índice Prinqual	Pyme	Índice AFM	Índice Prinqual
23	40.57	53.16	33	17.22	27.64
53	40.33	47.51	38	<b>16.80</b>	<b>17.34</b>
37	38.68	43.49			

#### 4.2.2.1. Análisis de puntajes

Del análisis de la tabla 4.5, en la que se presentan los puntajes del ICP para todas las variables, calculados por los métodos AFM y Prinqual, se especifican las siguientes particularidades:

- Para la variable plan de producción, el método AFM no conserva el orden en las categorías, mientras que el método Prinqual lo conserva, colapsando las categorías tres y cuatro, como se explica en la sección 4.2.1.
- Para la variable Empleados con educación universitaria, los dos métodos conservan el orden en las categorías pero Prinqual lo hace de forma diferente, colapsando las categorías dos, tres y cuatro.

Estos resultados se deben a las diferencias y especificidades de cada uno de los métodos, como se evidencia en estos ejemplos, entre las cuales están: la ponderación efectuada en AFM a los grupos, al manejo dado a las variables cuantitativas, nominales y ordinales mediante las transformaciones lineal, Oscore y Monótona respectivamente, incluidas en el método Prinqual, aspectos tratados a lo largo de esta tesis.

### 4.3. Caracterización de las Pymes

Una vez realizados los cálculos de los índices de competitividad de las Pymes, por los métodos AFM y Prinqual, para un análisis de la caracterización de las empresas, los resultados del índice AFM se distribuyen en grupos de acuerdo a sus cuartiles de la siguiente manera: (16, 30.2], (30.2, 38.7], (38.7, 64.7] y (64.7, 87.2] y los del índice Prinqual se distribuyen en grupos según sus cuartiles así: (17, 37.2], (37.2, 47.5], (47.5, 69.6] y (69.6, 92.1].

En la tabla 4.8, se presentan los resultados de la ordenación de las Pymes, obtenidos por los dos métodos, de acuerdo a los cuartiles de cada índice. En el grupo 4, la clasificación de las Pymes realizada con los dos métodos es coincidente, en razón a que en este grupo las empresas presentan las mismas características, estas se pueden observar en la tabla C.4. En los grupos 1, 2 y 3 hay algunas diferencias, se observa mayor coincidencia en la caracterización de las Pymes pertenecientes al grupo 2.

La zona oscura de la figura 4.2 que complementa el análisis de la tabla 4.8, muestra la coincidencia en las clasificaciones realizadas con los índices, mientras que las diferencias se presenta en las zonas claras. Por ejemplo en el grupo 1 la clasificación de 15 Pymes es igual por los dos métodos. De las 19 Pymes que Prinqual clasifica en el grupo 1, AFM ubica cuatro en el grupo 2. De las 18 empresas que AFM clasifica en el grupo 1, Prinqual ubica 3 en el grupo 2.

Tabla 4.8: Clasificación de Pymes

	Prinqual	AFM				Total
		1 (16,30.2]	2 (30.2,38.7]	3 (38.7,64.7]	4 (64.7,87.2]	
1	(17,37.2]	15	4	0	0	19
2	(37.2,47.5]	3	12	0	0	15
3	(47.5,69.6]	0	2	17	0	19
4	(69.6,92.1]	0	0	0	18	18
	Total	18	18	17	18	

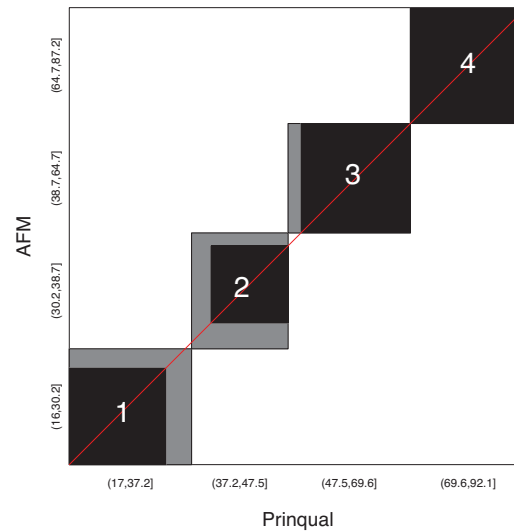


Figura 4.2: Clasificación de Pymes con los métodos AFM y Prinqual

### 4.3.1. Caracterización de grupos

Los cuatro grupos de empresas establecidos con los índices de competitividad, presentan las siguientes características:

- En el grupo 4, ambos métodos ubican 18 Pymes, que corresponden al 25.4% de la población, es el grupo de Pymes con mayores valores en el índice de competitividad. Las características más importantes de este grupo son entre otras: venden los mismos productos o servicios, transforman los residuos que generan, ofrecen sus productos o servicios localmente, se preocupan por mantenerse en el mercado, no tienen exención de impuestos, las ideas innovadoras de sus empleados son incentivadas, han realizado una vez estudios de mercado, hacen control previo de estándares de calidad a las materias primas (todas las características del grupo 4 se encuentran en la tabla C.22).
- En el grupo 2, el método AFM caracteriza 15 Pymes, que corresponde al 21.1% de las empresas, principalmente por medio de seis variables y el método Principal 19 Pymes, esto es, el 26.8% de las empresas especialmente por ocho variables, ambos métodos coinciden en la caracterización de las Pymes en algunas variables y en otras no (C.25). Las variables en las que coinciden son: promoción del personal, ideas innovadoras,

mayor volumen de residuos y vende principalmente a escala. No coinciden en las siguientes variables: genera ahorro y plan de producción, variables que solo se tiene en cuenta en Prinqual (tablas C.25 y C.26).

- Las Pymes en los grupos 1 y 3 presentan también diferencias en la caracterización, de acuerdo a su ICP, las variables que las caracterizan se observan en las tablas C.24, C.27 y C.28.

La diferencia en la ordenación de las Pymes que se realiza por medio de los índices calculados por los dos métodos observada en la gráfica 4.3, permite señalar que el índice obtenido en AFM es un poco más disperso que el índice calculado con Prinqual, lo que significa que el índice AFM conserva más variabilidad de la información de las Pymes, que el índice Prinqual.

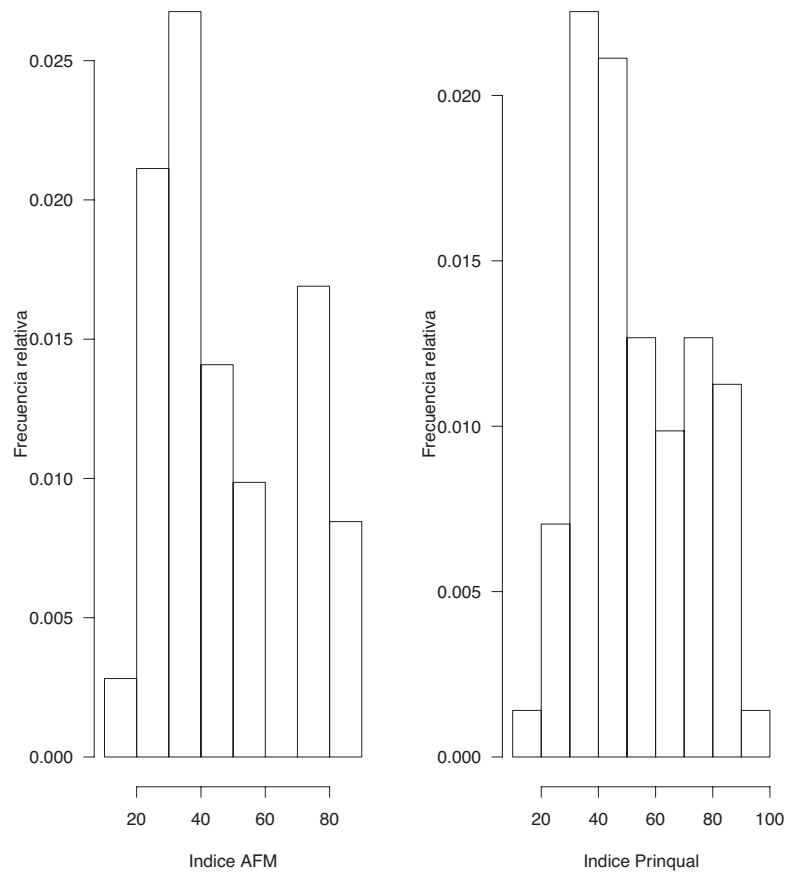


Figura 4.3: Histograma

#### 4.4. Análisis del Índice de competitividad

Los resultados obtenidos en la construcción del índice de competitividad por los métodos AFM y Prinqual, que se presentan en la tabla 4.7, permiten identificar los siguientes aspectos:

- Con el método AFM se analizan las relaciones entre los grupos: calidad, sostenibilidad, sostenibilidad financiera, atención a la productividad e innovación, se mide su grado de semejanza. Las relaciones entre las variables de un grupo y las de los demás grupos, es decir, las semejanzas entre las empresas vistas a través de los diferentes grupos de variables. En la matriz de coeficientes RV, tabla 4.13 se observa, que los grupos de variables más correlacionados son calidad y atención a la productividad. En la matriz de coeficientes Lg, tabla 4.14 se observa también, que el grupo de variables calidad, está más relacionado con el grupo de variables de atención a la productividad, la diagonal de esta matriz indica el número de ejes que explican cada uno de los grupos.
- Mediante el método AFM se realiza el análisis simultáneo de varios grupos de variables cuantitativas y cualitativas, medidas sobre el mismo conjunto de empresas, equilibrando la influencia de los cinco grupos. Los grupos de variables que más contribuyen a la formación del primer eje son: calidad, atención a la productividad, innovación y sostenibilidad (figura 4.4).
- A través del método AFM se generan varias representaciones gráficas como: los grupos de variables, los ejes parciales, las variables, los puntos medios y puntos parciales, entre otras, estas gráficas, acompañadas de las ayudas a la interpretación, facilitan el análisis.

En la figura 4.7 se observan aquellas empresas cuyos puntos parciales están cercanos, como las empresas 34, 46, 48 y 57 (ver tabla C.1). También se observan empresas con puntos parciales alejados unos de otros, como las empresas 4, 17, 30 y 66 (ver tabla C.1), resultado importante para la adopción de estrategias en este grupo de Pymes.

- En el método Prinqual se establecen grupos con la siguiente estructura: un grupo de variables cuantitativas, dos grupos de variables nominales y dos grupos de variables ordinales, la matriz de datos así estructurada se cuantifica óptimamente por medio de las transformaciones lineal, Opscore y Monótona, para obtener la matriz  $\mathbf{X}^*$  y realizar el análisis, pero el método no pondera estos grupos de variables.
- Los índices de competitividad construidos por los métodos AFM y Prinqual cuando se establece la estructura de grupos (tabla 4.2) en la que se incluyan variables con niveles de medición mixtos, difieren debido a la ponderación realizada por el método AFM y a la presencia de variables ordinales como se observa en la tabla 4.7.
- En general el ICP asignado a las Pymes por el método AFM es menor que el índice asignado por el método Prinqual, la única empresa cuyo índice AFM es mayor que el índice Prinqual es la número 43, los resultados de los índices se observan en la tabla 4.7, esta Pyme fue clasificada por dos los índices en el grupo 4 (ver tabla 4.8).
- Los resultados de la ordenación de las Pymes obtenidos por los dos métodos se muestran en las tablas 4.7 y 4.8 y presentan las siguientes diferencias:
  - Las tres empresas que AFM ubica en grupo uno y Prinqual en el grupo dos son: 19, 25 y 68.
  - Las cuatro empresas que AFM ubica en el grupo dos y Prinqual en el grupo 1 son: 2, 25, 39 y 58.

- Las dos empresa que AFM ubica en grupo dos y Prinqual en el grupo tres son 7 y 66. Los resultados de los puntajes de los índices para la empresa número 19 se presentan en la tabla 4.9.

Tabla 4.9: Puntajes del ICP para la empresa 19

Grupo	Pyme 19 variables	categorías	Índice AFM	Índice Prinqual
Calidad	Misión	Parcialmente	0.00	0.00
	Toma decisiones	Gerente	0.05	0.73
	Seguridad industrial	Siempre	1.24	0.58
	Conocimiento reglamento	Mala	0.10	0.00
	Promoción personal	Concurso	0.86	0.96
	Fuente financiación	Propios	0.69	1.00
	Plan producción	Algunas Veces	1.46	0.73
	Control calidad materias primas	Siempre	2.56	3.51
	Control calidad producto terminado	Siempre	2.84	3.83
	Programa control calidad y mejoras	Siempre	2.05	3.92
	Estudios de mercado	No Ha Realizado	0.65	0.00
	Políticas de conservación medio ambiente	Poco Importante	0.22	0.00
Sostenibilidad	Empleados con educación universitaria	Hasta 25 %	0.00	0.00
	Años funcionamiento	Entre 5 Y 10	0.01	0.21
	Número de empleados	Menos De 11	0.00	1.75
	Tipo de tasa crédito	Legal	0.00	0.00
	Permanencia en el mercado	Ganar	0.92	1.32
	Vende a escala	Nacional	0.00	0.00
	Contrato fijo	Hasta 25 %	0.00	0.00
Contrato ocasional	Hasta 25 %	0.35	0.00	
Sostenibilidad financiera	Rentabilidad / patrimonio	0.90	1.14	1.14
	Utilidad neta / activos	3.13	3.93	3.93
	Total activos / total pasivos	1.43	2.04	2.04
	Utilidad neta / venta neta	1.23	1.90	1.90
	Activo corriente / pasivo corriente	1.59	2.06	2.31
Atención a la productividad	Visión	Nada	0.12	0.00
	Plan de contingencia	Algunas Veces	0.58	0.00
	Mantenimiento preventivo	Siempre	2.71	4.00
	Exención impuestos	Siempre	0.00	2.09
	Beneficios causales exención	Importante	0.12	3.16
	Sistema distribución compartida	Malas	0.58	0.00
	Mayor volumen residuos	Otros	0.07	0.50
Tratamiento residuos	Desecha	0.00	0.00	
Innovación	Ideas innovadoras	Ignoradas	1.10	1.73
	Maquinaria y equipo	Última Tecnología	0.21	0.41
	Nuevos productos servicios	Siempre	0.00	2.67
	Normas conservación medio ambiente	Parcialmente	1.43	1.34

En la tabla 4.9 se identifica, que la mayor diferencia de 3.04, se encuentra en la variable “Beneficios causales exención”, lo anterior, debido a que ésta es una variable categórica y a la ponderación de los grupos. La tabla 4.10 permite ver los índices de cada uno de los grupos de variables, así se observa que, el grupo calidad es el que más está midiendo la competitividad.

Tabla 4.10: ICP de grupos para la empresa 19

Grupos	Índice AFM	Índice Prinqual
Calidad	12.73	15.26
Sostenibilidad	1.27	3.28
Sostenibilidad financiera	8.28	11.07
Atención a la productividad	4.17	9.75
Innovación	2.74	6.16
Índice de competitividad	29.19	45.52



- La empresa 19 tiene un índice AFM de 29.19 y un índice Prinqual de 45.52, sus índices presentan la mayor diferencia, que corresponde a 16.3 y está ubicada en distintos grupos. La empresa 38 tiene un índice AFM de 16.80 y un índice Prinqual de 17.34, su diferencia es 0.53 siendo la menor diferencia en los índices y se encuentra en el grupo 1, tabla 4.7.

## 4.5. Interpretación de resultados obtenidos por AFM

Para hacer una interpretación completa del ICP obtenido con el método AFM (Escofier & Pages 1992), además de los resultados numéricos presentados en la tabla 4.8, se cuenta con una serie de representaciones gráficas, que permiten visualizar la estructura de los grupos y su contribución a la formación del índice, algunas se presentan a continuación:

- Representación de los grupos.

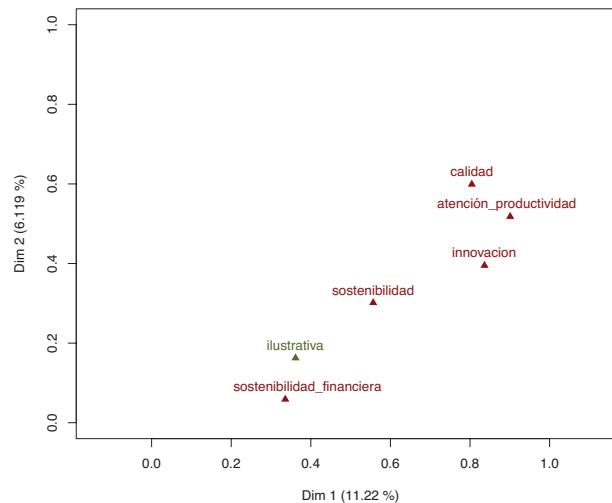


Figura 4.4: Grupos o criterios de análisis

En la figura 4.4 se ven las posiciones de los grupos de variables sobre los dos primeros factores del AFM. Los grupos que más contribuyen a la formación del primer eje son: atención a la productividad, innovación y calidad.

La primera componente principal está muy relacionada con cada uno de los grupos, es decir, esta componente constituye una dirección de inercia importante para cada grupo (tabla 4.11), indicando una buena medición de la variable latente competitividad de estas Pymes.

Además se observa que en el segundo eje casi todos los grupos están por debajo de 0.6, mientras que en el primer eje la mayoría de los grupos se ubican por encima de 0.6, lo que significa que los grupos van en dirección de medir la variable latente competitividad, vista a través de estos grupos.

Tabla 4.11: Descomposición de la inercia de la primera componente principal

	Inercia primera componente
calidad	0.80
sostenibilidad	0.56
sostenibilidad financiera	0.34
atención a la productividad	0.90
innovación	0.84

Tabla 4.12: Correlaciones para el primer eje del AFM con las de cada uno de los grupos

	Primer eje
calidad	0.92
sostenibilidad	0.80
sostenibilidad financiera	0.58
atención a la productividad	0.95
innovación	0.94

ii. Ejes parciales.

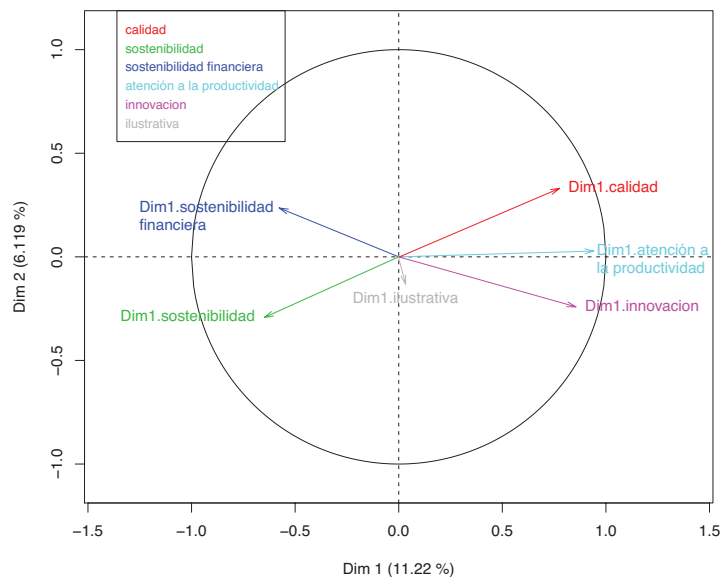


Figura 4.5: Representación de las primeras componentes principales de cada grupo

La figura 4.5 presenta las proyecciones de las primeras componentes principales de los grupos, sobre el plano de las dos primeras componentes del AFM. La primera componente de cada uno de los grupos: atención a la productividad, innovación y calidad, están muy correlacionadas con la primera componente principal del AFM (tabla 4.12).

Estas dos figuras muestran que, la mayoría de los grupos contribuyen bastante a la formación de la variable latente competitividad.

iii. Círculo de correlaciones. En la figura 4.6 se observa el círculo de correlaciones donde se

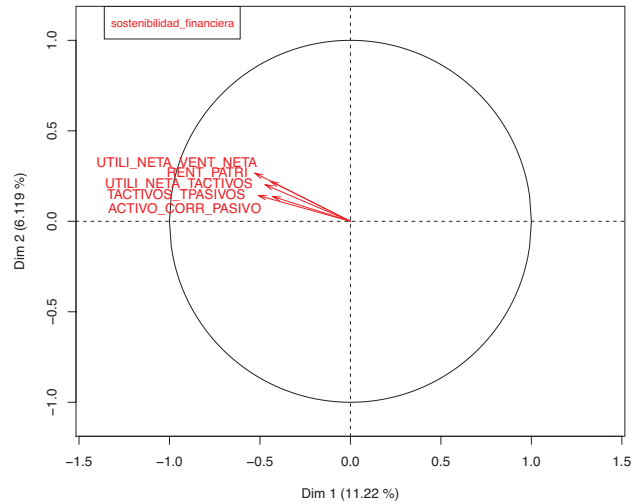


Figura 4.6: Círculo de correlaciones

representan de forma gráfica, las relaciones entre las variables. Se ve que casi todas las variables se orientan hacia la misma dirección del primer factor (Dimension 1), siendo esta una buena referencia de que el primer factor así construido, se puede interpretar como un índice de competitividad, en este grupo.

iv. Puntos parciales.

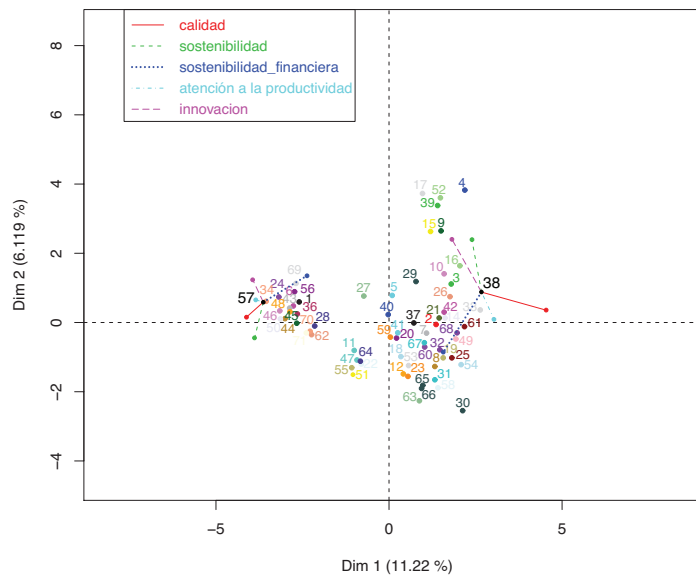


Figura 4.7: Puntos medios y puntos parciales

En la figura 4.7 se observa que la empresa número 57 que tiene un índice de competitividad de 87.19, es más fuerte en los grupos calidad, atención a la productividad e innovación. El grupo menos influyente para medir su competitividad es sostenibilidad.

Otra empresa en la gráfica es la número 38, que tiene un índice de competitividad de 16.80, esta Pyme es más fuerte en los grupos calidad y atención a la productividad, que el grupo sostenibilidad, que es menos influyente para medir la competitividad de esta empresa.

Para la interpretación de los resultados del ICP, el método AFM también proporciona medidas globales de correlación entre los grupos o criterios de análisis, basadas en los coeficientes RV (Escofier & Pages 1992), los cuales son los *coeficientes de correlación lineal* entre dos grupos de variables cualesquiera.

En la tabla 4.13 se observa que el grupo calidad, está correlacionado con los grupo productividad e innovación; el grupo sostenibilidad está correlacionado con el grupo productividad, y el grupo productividad está correlacionado con el grupo innovación.

Tabla 4.13: Coeficientes RV de relación entre grupos

	calidad	sostenibilidad	sostenibilidad financiera	atención a la productividad	innovación
calidad	1.00				
sostenibilidad	0.33	1.00			
sostenibilidad financiera	0.13	0.11	1.00		
atención a la productividad	0.51	0.35	0.18	1.00	
innovación	0.36	0.23	0.16	0.56	1.00

Estas medidas se complementan con los coeficientes Lg (la matriz de coeficientes Lg representa una extensión del concepto de la matriz varianzas y covarianzas, pero entre grupos de variables (Escofier & Pages 1992)) que miden, el número de factores de inercia importantes en cada uno de los grupos: calidad, sostenibilidad, sostenibilidad financiera, atención a la productividad e innovación, diagonal de la tabla 4.14.

Tabla 4.14: Coeficientes Lg de relación entre grupos

	calidad	sostenibilidad	sostenibilidad financiera	atención a la productividad	innovación
calidad	6.39				
sostenibilidad	1.44	2.93			
sostenibilidad financiera	0.33	0.19	1.06		
atención a la productividad	2.18	1.03	0.32	2.90	
innovación	1.61	0.68	0.29	1.66	3.07

---

## Conclusiones

---

De la revisión de literatura efectuada para este trabajo, se detecta que los dos métodos estadísticos multivariados más utilizados para la construcción de índices sintéticos son el Prinqual y el AFM. El método Prinqual está implementado desde hace mucho tiempo en el programa SAS (SAS 2007) y el método AFM en programas de origen francés como el SPAD (Escofier & Pages 1992). Los dos métodos son muy parecidos pero difieren principalmente en el tratamiento de las variables ordinales del Prinqual y la estructuración de las variables en grupos temáticos del AFM.

Con esta investigación se dan las siguientes conclusiones no sólo para entender la utilidad de los dos métodos multivariados AFM y Prinqual en la construcción de índices, sino para entender las diferencias y semejanzas de los dos métodos y valorar su grado de pertinencia en una situación específica.

- En la construcción de índices sintéticos usando los métodos AFM y Prinqual, no se puede decir en términos genéricos, que un método sea mejor que el otro, sus diferencias pueden observarse en el contexto donde se apliquen y están sujetas a la definición y clasificación que el investigador haga de las variables nominales u ordinales y de sus categorías.
- Con los métodos AFM y Prinqual se obtiene la primera componente principal, que al ser reescalada por medio de puntajes, presenta el índice de manera precisa y didáctica, lo cual facilita su interpretación y explicación. 1 y 2)
- Calculado el índice de calidad de vida ICV utilizando AFM y Prinqual, con la información recolectada para el año 2003, se encuentra que los resultados obtenidos en esta tesis, son similares a los de la Secretaria Distrital de Planeación de Bogotá (SDP 2008), lo que permite validar los índices construidos. (ver capítulo 2)
- Teniendo en cuenta las particularidades de los dos métodos, se explica que no en todos los eventos se generen índices iguales, así, las situaciones en las cuales los índices sintéticos construidos con los métodos AFM y Prinqual difieren son (ver capítulo 3):
  - Si los individuos están descritos por variables ordinales.
  - Si se establece una estructura de grupos y los individuos están descritos únicamente por variables cuantitativas o nominales u ordinales.
  - Cuando los individuos están descritos por variables con niveles de medición mixtos.

- 
- Se propone una metodología para construir índices sintéticos, utilizando métodos estadísticos multivariados, especialmente en Prinqual y el AFM (ver capítulo 2), y de su estudio se concluye que los investigadores usuarios del método Prinqual, podrían implementar la estructuración en grupos y darles el mismo tratamiento que el método AFM (ver capítulo 3), obteniendo índices sintéticos iguales.
  - La construcción de índices sintéticos usando los métodos Prinqual y AFM simultáneamente, facilita analizar el orden impuesto por el investigador en las categorías, validar los resultados y dar una amplia descripción numérica y gráfica de la caracterización de individuos. (ver capítulo 4)
  - Los resultados encontrados en esta tesis, muestran que si bien, no existen sustanciales diferencias entre los índices de competitividad de las Pymes construidos por cada método, cuando se utilizan variables con niveles de medición mixto, no es lo mismo utilizar indistintamente cualquiera de los dos métodos, pues el índice construido con el método Prinqual conserva la ordinalidad en las categorías y el método AFM equilibra la participación de los grupos temáticos de variables. (ver capítulo 4)
  - Al comparar la ordenación de las Pymes por medio del índice de competitividad, obtenido con el método AFM se observa que, en general, las empresas muestran un menor desempeño en sostenibilidad y sostenibilidad financiera, el mayor lo alcanzan en calidad, atención a la productividad e innovación. Un ejemplo particular, es la empresa 57 que ocupa el primer lugar en la clasificación del índice. Esto se debe a su desempeño en calidad, atención a la productividad e innovación. (ver capítulo 4)
  - A partir de la aplicación de los métodos AFM y Prinqual para la construcción de índices sintéticos en el problema de la competitividad de las Pymes en Colombia, se concluye la pertinencia en la elección de dichos métodos para este trabajo, ya que, el ICP construido con AFM, mide la relación entre grupos y su grado de semejanza; adicionalmente, en el método Prinqual, el ICP muestra las características ordinales de las empresas analizadas.
  - En general el ICP asignado a las Pymes por el método AFM es menor que el índice asignado por el método Prinqual (tabla 4.7), sin embargo la clasificación que de ellos se obtiene para estas Pymes, es muy parecida, solo difiere para 9 empresas. (ver sección 4.4)
  - Las situaciones en que sea necesario escoger uno de los métodos AFM y Prinqual, dependen por ejemplo de: el tiempo en el que interesado espera obtener los resultados, que se relaciona con el tiempo de procesamiento y el volumen de la información; de la necesidad de presentar los resultados gráficamente, especialmente cuando se requieran análisis grupales, y en menor medida, puede ser determinante el costo del Software que se elija o la capacidad económica del interesado. Sin embargo, puede señalarse que para realizar un mejor análisis de los índices, su aplicación complementaria sería óptima.

---

## Generalidades del análisis en componentes principales ponderado

---

El análisis en componentes principales ponderado se denota con la expresión:

$$ACP(\mathbf{X}, \mathbf{M}, \mathbf{D})$$

donde la matriz  $\mathbf{X}$  tiene  $I$  individuos ubicados en las filas, que son elementos del espacio  $R^K$  y  $K$  variables ubicadas en las columnas, que son elementos del espacio  $R^I$ .

Con las filas y las columnas de la matriz se forman nubes de puntos, en las que se analizan las distancias entre parejas de puntos  $(k, k')$ , se busca maximizar la suma de cuadrados de las distancias entre las proyecciones sobre el subespacio de dimensión  $H$  de todas las parejas de puntos, esto es, en el subespacio vectorial que mejor se ajusta a la nube de puntos **individuos**:

$$\max_{(H)} \left\{ \sum_k \sum_{k'} d^2(k, k') \right\} \quad (\text{A.1})$$

Los puntos pueden tener un cierto peso y en ese caso se maximiza la suma ponderada, definida por:

$$\max_{(H)} \left\{ \sum_k \sum_{k'} P_k P_{k'} d^2(k, k') \right\} \quad (\text{A.2})$$

maximizar A.2 es equivalente a maximizar:

$$\max_{(H)} \left\{ \sum_k P_k d^2(k, G) \right\} \quad (\text{A.3})$$

donde  $G$  representa el punto medio o centro de gravedad de las proyecciones. Se quiere encontrar el vector  $u$  tal que la inercia proyectada sea máxima:

$$\max_{(u)} \{ u' \mathbf{M} \mathbf{X}' \mathbf{D} \mathbf{X} \mathbf{M} u \} \quad (\text{A.4})$$

sujeto a la restricción:

$$u' \mathbf{M} u = 1$$

La solución de A.4, lleva a encontrar los vectores propios de la matriz  $\mathbf{X}' \mathbf{D} \mathbf{X} \mathbf{M} u$ , es decir a encontrar el vector propio  $u$ , relativo al valor propio  $\lambda$  no nulo, el vector propio  $u$  satisface la expresión A.5

$$\mathbf{X}' \mathbf{D} \mathbf{X} \mathbf{M} u = \lambda u \quad (\text{A.5})$$

Con el vector  $u$  se construye el vector  $\psi = \mathbf{X} \mathbf{M} u$  con  $I$  componentes, el cual es la combinación lineal de las variables originales, cada una de las componentes del vector  $\psi_{\alpha i} = \sum_k x_{ik} m_k u_{\alpha k}$  representan las coordenadas de un punto individuo  $i$  sobre el eje  $\alpha$ .

Realizando un análisis similar para los puntos variables en el espacio  $R^I$ , la matriz a maximizar es:

$$\underset{(v)}{\max} \{v' \mathbf{D} \mathbf{X} \mathbf{M} \mathbf{X}' \mathbf{D} v\} \quad (\text{A.6})$$

sujeto a la restricción:

$$v' \mathbf{D} v = 1$$

la solución de A.6, lleva a encontrar los vectores propios de la matriz  $\mathbf{X} \mathbf{M} \mathbf{X}' \mathbf{D} v$ , es decir a encontrar los vectores  $v$  que satisfacen la expresión A.7

$$\mathbf{X} \mathbf{M} \mathbf{X}' \mathbf{D} v = \lambda v \quad (\text{A.7})$$

Es fácil demostrar las relaciones entre los análisis en los dos espacios  $R^K$  y  $R^I$  y obtener las formulas de transición:

$$\underset{(K,1)}{v_\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \mathbf{X} \mathbf{M} u_\alpha$$

$$\underset{(I,1)}{u_\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \mathbf{X}' \mathbf{D} v_\alpha$$

para  $\lambda_\alpha > 0$ , ver Lebart et al. (1995). Las relaciones entre los espacios de individuos y variables se pueden visualizar en el diagrama de dualidad figura A.1, e identificar las transformaciones que permiten estudiar las proximidades entre individuos y las similitudes entre variables, entre otros conceptos anteriormente relacionados, Bautista (1986) y Ortiz (2004).

Con las formulas de transición se calculan las proyecciones de la nube de individuos en función de los factores de las variables y las proyecciones de la nube de variables en función de los factores de los individuos, y se obtienen las relaciones entre ejes y factores:

$$F_s = \frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} \mathbf{X} \mathbf{M} G_s \quad (\text{A.8})$$

y

$$G_s = \frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} \mathbf{X}' \mathbf{D} F_s$$

donde los factores  $F_s$  y  $G_s$  son las coordenadas de los individuos y las coordenadas de las variables respectivamente.



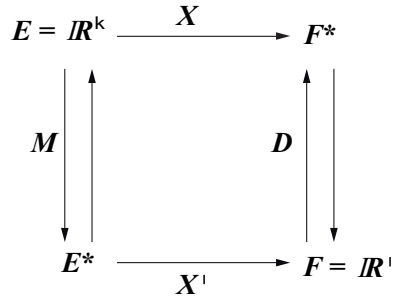


Figura A.1: Diagrama de dualidad

Para el individuo  $i$  las coordenadas se escriben:

$$F_s(i) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} \sum_{k \in K} x_{ik} m_k G_s(k) \quad (\text{A.9})$$

y las coordenadas de las variables:

$$G_s(k) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} \sum_{i \in J} x_{ik} p_k F_s(i)$$

Un caso particular del análisis en componentes principales ponderado, consiste en centrar y reducir la nube de puntos individuos, a este análisis se denomina ACP normado (Lebart et al. 1995).

El ACP normado de  $\mathbf{Y}_c$  en la expresión 1.1, es el ACP( $\mathbf{X}, \mathbf{M}, \mathbf{D}$ ), donde:

- El término general de la matriz  $\mathbf{X}$  es:

$$X_j = \frac{Y_j - \bar{Y}_j}{\sigma_{Y_j}}$$

- La matriz  $\mathbf{M}$ , es la matriz de métrica:

$$\mathbf{M} = \mathbf{I}_K$$

- La matriz  $\mathbf{D}$  es la matriz de pesos:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{I} \mathbf{I}_I$$

donde  $\mathbf{I}_K$  es la matriz idéntica de orden  $K \times K$  e  $\mathbf{I}_I$  es la matriz idéntica de orden  $I \times I$

### Cuantificación óptima y mínimos cuadrados alternantes

---

- La cuantificación óptima es una técnica de análisis de datos en la cual las observaciones cualitativas se consideran como categorías, sujetas a las restricciones de medición de la variable por ejemplo, restricciones de orden para variables ordinales, cada categoría se representa por medio de un parámetro.

El procedimiento de cálculo de las cuantificaciones óptimas para variables nominales y ordinales, junto con dos ejemplos que muestran el cálculo de las cuantificaciones, se presentó en la sección 1.3.1

- En el desarrollo de ALS (mínimos cuadrados alternantes) se establecen dos conjuntos de parámetros exhaustivos y mutuamente excluyentes, estos conjuntos son:
  - i. El conjunto de parámetros del modelo de componentes principales.
  - ii. El conjunto de parámetros de los datos o parámetros de cuantificación óptima. Cada uno de estos subconjuntos puede dividirse en varios subconjuntos exhaustivos y mutuamente excluyentes.

La optimización se realiza obteniendo las estimaciones de mínimos cuadrados de los parámetros en un subconjunto, considerando los parámetros en los otros subconjuntos constantes. Las estimaciones así conseguidas se llaman estimaciones mínimos cuadráticas condicionales, debido a que estas estimaciones son condicionales a los valores de los parámetros en los otros subconjuntos. Después de obtener las estimaciones condicionales se reemplazan por las estimaciones anteriores.

Se realiza el mismo procedimiento en el otro subconjunto, obteniendo alternadamente las estimaciones mínimos cuadráticas condicionales para los dos subconjuntos; el del modelo y el de los datos, el procedimiento denominado ALSOS (Alternating Least Squares and Optimal Scaling) se realiza iteradamente hasta que converge.

La estructura de los algoritmos ALSOS se presenta en la figura B.1, tomada del artículo de (Young 1981).

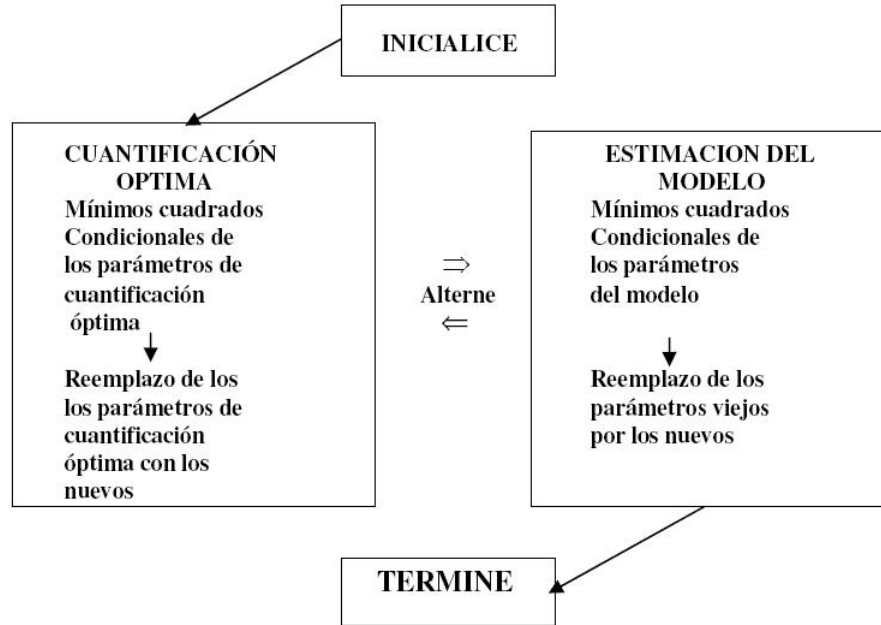


Figura B.1: Algoritmos ALSOS

Young (1981) en su artículo dice: “Una de las principales ventajas de combinar los principios ALS y OS es que la etapa OS de un algoritmo ALSOS no necesita conocer el tipo de modelo involucrado en el análisis. Una ventaja paralela e igualmente importante es la de que la fase de estimación del modelo tampoco necesita saber nada sobre las características de medición de los datos”.

## Información para la construcción del ICP

---

### C.1. Documentación básica de una Pyme

Documentación vigente de una Pyme

- Acta de Constitución
- Registro Mercantil
- Registro Industria y Comercio
- Registro Único Tributario - RUT
- Registro Único de Proponentes - RUP
- Registro Sayco y Acinpro
- Registro Entidad sin Animo de Lucro - ESAL
- Permiso de Sanidad
- Permiso de Bomberos

### C.2. Base de datos de las Pymes

Con la información recopilada en la encuesta Pymes, se construye base de datos, esta base tiene la siguiente estructura:

Tabla C.1: Información de Pymes por variables

EMPRESA	TOMA DECISIÓN	SEGURIDAD INDUSTRIAL	CONO REG TRAB_EEMPL	PROMO PERSO	PRINCIPA FUEN_FIN	PLAN PRODUCCION	CONTO CALIDA MATERIA_PRIMAS	CONTO CALIDA PRODUC_PERMIN
1	DUENO	SIEMPRE	MUY BUENA	MERITOS	CRÉDITO	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
2	GERENTE	CASI SIEMPRE	BUENA	DEMOCRACIA	CRÉDITO	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE
3	JUNTA	ALGUNAS VECES	REGULAR	CONCURSO	ACCIONES	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	CASI SIEMPRE
4	DUENO	CASI SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	CRÉDITO	CASI NUNCA	NUNCA	NUNCA
5	JUNTA	SIEMPRE	MALA	DEMOCRACIA	PROPIOS	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
6	DUENO	SIEMPRE	MUY BUENA	MERITOS	CRÉDITO	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
7	GERENTE	SIEMPRE	MUY BUENA	MERITOS	PROPIOS	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE
8	DUENO	SIEMPRE	REGULAR	DUENO	OTROS	NUNCA	CASI NUNCA	SIEMPRE
9	DUENO	CASI SIEMPRE	BUENA	DEMOCRACIA	CRÉDITO	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	ALGUNAS VECES
10	JUNTA	CASI SIEMPRE	BUENA	CONCURSO	ACCIONES	SIEMPRE	SIEMPRE	CASI SIEMPRE
11	GERENTE	CASI SIEMPRE	BUENA	MERITOS	CRÉDITO	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
12	JUNTA	ALGUNAS VECES	BUENA	DEMOCRACIA	PROPIOS	SIEMPRE	CASI NUNCA	SIEMPRE
13	DUENO	ALGUNAS VECES	REGULAR	CONCURSO	PROPIOS	SIEMPRE	CASI NUNCA	SIEMPRE
14	DUENO	ALGUNAS VECES	BUENA	MERITOS	CRÉDITO	ALGUNAS VECES	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE
15	DUENO	ALGUNAS VECES	MUY BUENA	DEMOCRACIA	CRÉDITO	ALGUNAS VECES	ALGUNAS VECES	ALGUNAS VECES
16	DUENO	CASI SIEMPRE	BUENA	CONCURSO	CRÉDITO	CASI NUNCA	ALGUNAS VECES	CASI SIEMPRE
17	JUNTA	CASI SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	PROPIOS	NUNCA	NUNCA	NUNCA
18	JUNTA	NUNCA	REGULAR	DEMOCRACIA	PROPIOS	ALGUNAS VECES	CASI NUNCA	SIEMPRE
19	GERENTE	SIEMPRE	MALA	CONCURSO	PROPIOS	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE
20	DUENO	SIEMPRE	MUY BUENA	MERITOS	OTROS	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
21	GERENTE	CASI SIEMPRE	MUY BUENA	DUENO	OTROS	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	CASI NUNCA
22	GERENTE	SIEMPRE	REGULAR	DEMOCRACIA	ACCIONES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
23	JUNTA	SIEMPRE	MALA	CONCURSO	ACCIONES	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
24	GERENTE	CASI SIEMPRE	MALA	MERITOS	CRÉDITO	CASI NUNCA	SIEMPRE	SIEMPRE
25	DUENO	ALGUNAS VECES	BUENA	DEMOCRACIA	OTROS	NUNCA	SIEMPRE	SIEMPRE
26	DUENO	ALGUNAS VECES	REGULAR	CONCURSO	OTROS	CASI SIEMPRE	CASI NUNCA	CASI NUNCA
27	DUENO	ALGUNAS VECES	REGULAR	MERITOS	CRÉDITO	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
28	JUNTA	ALGUNAS VECES	BUENA	MERITOS	ACCIONES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
29	DUENO	SIEMPRE	BUENA	DUENO	CRÉDITO	SIEMPRE	CASI NUNCA	CASI NUNCA
30	JUNTA	SIEMPRE	BUENA	DEMOCRACIA	CRÉDITO	NUNCA	CASI NUNCA	SIEMPRE
31	JUNTA	SIEMPRE	MUY BUENA	DUENO	PROPIOS	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	CASI SIEMPRE
32	JUNTA	CASI SIEMPRE	BUENA	DEMOCRACIA	CRÉDITO	NUNCA	SIEMPRE	SIEMPRE
33	GERENTE	ALGUNAS VECES	REGULAR	CONCURSO	ACCIONES	NUNCA	CASI NUNCA	CASI SIEMPRE
34	JUNTA	SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	CRÉDITO	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
35	DUENO	SIEMPRE	MALA	DEMOCRACIA	PROPIOS	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE

Tabla C.2: Información de Pymes por variables. (Continuación=)

EMPRESA	TOMA DECISIÓN	SEGURIDAD INDUSTRIAL	CONO REG TRAB_EEMPL	PROMO PERSO	PRINCIPA FUEN_FIN	PLAN PRODUCCIÓN	CONTRO CALIDA MATERIA_PRIMAS	CONTRO CALIDA PRODUC_PERMIN
36	JUNTA	SIEMPRE	MUY BUENA	CONCURSO	PROPIOS	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE
37	GERENTE	SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	PROPIOS	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE
38	GERENTE	CASI SIEMPRE	BUENA	DEMOCRACIA	CRÉDITO	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE
39	GERENTE	NUNCA	BUENA	CONCURSO	ACCIONES	ALGUNAS VECES	NUNCA	NUNCA
40	GERENTE	ALGUNAS VECES	BUENA	MERITOS	CRÉDITO	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE
41	GERENTE	ALGUNAS VECES	BUENA	DEMOCRACIA	PROPIOS	NUNCA	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE
42	GERENTE	CASI SIEMPRE	REGULAR	CONCURSO	PROPIOS	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
43	JUNTA	ALGUNAS VECES	BUENA	MERITOS	CRÉDITO	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
44	JUNTA	ALGUNAS VECES	MUY BUENA	DEMOCRACIA	CRÉDITO	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
45	GERENTE	CASI SIEMPRE	BUENA	CONCURSO	CRÉDITO	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
46	GERENTE	CASI SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	PROPIOS	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
47	GERENTE	CASI SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	PROPIOS	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
48	GERENTE	CASI SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	PROPIOS	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
49	GERENTE	CASI SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	PROPIOS	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
50	JUNTA	SIEMPRE	MUY BUENA	CONCURSO	OTROS	ALGUNAS VECES	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE
51	JUNTA	CASI SIEMPRE	MUY BUENA	DEMOCRACIA	PROPIOS	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
52	JUNTA	NUNCA	REGULAR	DEMOCRACIA	ACCIONES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	NUNCA
53	JUNTA	SIEMPRE	MALA	CONCURSO	ACCIONES	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE
54	GERENTE	ALGUNAS VECES	MUY BUENA	MERITOS	PROPIOS	ALGUNAS VECES	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE
55	GERENTE	ALGUNAS VECES	BUENA	DEMOCRACIA	OTROS	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
56	GERENTE	CASI SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	CRÉDITO	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE
57	JUNTA	SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	CRÉDITO	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
58	JUNTA	CASI SIEMPRE	BUENA	CONCURSO	CRÉDITO	ALGUNAS VECES	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE
59	GERENTE	CASI SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	PROPIOS	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	CASI SIEMPRE
60	DUEÑO	CASI SIEMPRE	REGULAR	DEMOCRACIA	PROPIOS	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
61	DUEÑO	SIEMPRE	MALA	CONCURSO	PROPIOS	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE
62	JUNTA	SIEMPRE	MUY BUENA	MERITOS	OTROS	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
63	DUEÑO	CASI SIEMPRE	MUY BUENA	DEMOCRACIA	OTROS	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
64	JUNTA	SIEMPRE	REGULAR	DEMOCRACIA	PROPIOS	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
65	JUNTA	SIEMPRE	MALA	CONCURSO	ACCIONES	CASI SIEMPRE	CASI SIEMPRE	SIEMPRE
66	DUEÑO	SIEMPRE	MUY BUENA	DUEÑO	PROPIOS	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	SIEMPRE
67	DUEÑO	CASI SIEMPRE	BUENA	DEMOCRACIA	CRÉDITO	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
68	DUEÑO	NUNCA	REGULAR	CONCURSO	ACCIONES	NUNCA	SIEMPRE	CASI SIEMPRE
69	DUEÑO	CASI SIEMPRE	REGULAR	MERITOS	CRÉDITO	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
70	DUEÑO	SIEMPRE	MALA	DEMOCRACIA	PROPIOS	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
71	JUNTA	SIEMPRE	MUY BUENA	CONCURSO	PROPIOS	ALGUNAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE

Tabla C.3: Información de Pymes por variables

EMPRESA	PROGRAMA CONTRO _ CALIDA	ESTUDIO MERCADO	POLITI _ CONSERVA MEDIO _ AMBIENTE	EDU BAS	EDU UNI	AÑOS FUNCIONAMIE	T _TASA CREDIT	PERMANE MERCADO	VENDE ESCALA
1	SIEMPRE	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	4	MAS DE 15	LEGAL	GANAR	NACIONAL
2	CASI SIEMPRE	UNA VEZ	IMPORTANTE	1	4	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
3	CASI NUNCA	NO HA REALIZADO	IMPORTANTE	1	3	ENTRE 6 Y 10	NO PAGA	GANAR	NACIONAL
4	ALGUNAS VECES	NO HA REALIZADO	IMPORTANTE	3	1	ENTRE 6 Y 10	USURA	GANAR	NACIONAL
5	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	1	1	ENTRE 11 Y 15	LEGAL	GANAR	NACIONAL
6	SIEMPRE	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	3	ENTRE 11 Y 15	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL
7	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	3	3	ENTRE 11 Y 15	LEGAL	GANAR	NACIONAL
8	ALGUNAS VECES	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	1	4	ENTRE 11 Y 15	LEGAL	PERDER	REGIONAL
9	CASI NUNCA	UNA VEZ	POCO IMPORTANTE	2	4	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
10	ALGUNAS VECES	UNA VEZ	POCO IMPORTANTE	1	1	HASTA 5	LEGAL	GANAR	NACIONAL
11	NUNCA	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	2	4	HASTA 5	USURA	PERDER	REGIONAL
12	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	3	2	HASTA 5	LEGAL	GANAR	NACIONAL
13	CASI SIEMPRE	DE DOS A TRES VECES	MUY IMPORTANTE	2	2	HASTA 5	NO PAGA	PERDER	REGIONAL
14	CASI SIEMPRE	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	1	1	MAS DE 15	USURA	GANAR	NACIONAL
15	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	2	2	HASTA 5	LEGAL	GANAR	NACIONAL
16	SIEMPRE	DE DOS A TRES VECES	POCO IMPORTANTE	3	3	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
17	ALGUNAS VECES	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	1	4	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
18	SIEMPRE	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	3	3	HASTA 5	LEGAL	PERDER	REGIONAL
19	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	1	1	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
20	CASI SIEMPRE	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	1	2	ENTRE 6 Y 10	USURA	MANTENERSE	LOCAL
21	CASI SIEMPRE	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	1	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
22	NUNCA	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	3	3	ENTRE 6 Y 10	NO PAGA	PERDER	REGIONAL
23	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	3	1	MAS DE 15	USURA	PERDER	REGIONAL
24	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	2	MAS DE 15	USURA	MANTENERSE	LOCAL
25	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	IMPORTANTE	2	2	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
26	CASI SIEMPRE	NO HA REALIZADO	IMPORTANTE	3	1	MAS DE 15	LEGAL	GANAR	NACIONAL
27	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	IMPORTANTE	2	2	MAS DE 15	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL
28	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	2	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL
29	SIEMPRE	UNA VEZ	IMPORTANTE	2	4	MAS DE 15	USURA	GANAR	NACIONAL
30	CASI SIEMPRE	UNA VEZ	IMPORTANTE	2	2	HASTA 5	LEGAL	PERDER	REGIONAL
31	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	1	3	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
32	CASI SIEMPRE	NO HA REALIZADO	IMPORTANTE	2	2	MAS DE 15	LEGAL	PERDER	REGIONAL
33	ALGUNAS VECES	UNA VEZ	IMPORTANTE	1	1	ENTRE 6 Y 10	NO PAGA	PERDER	REGIONAL
34	SIEMPRE	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	3	HASTA 5	USURA	MANTENERSE	LOCAL
35	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	3	3	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL

Tabla C.4: Información de Pymes por variables

EMPRESA	PROGRAMA CONTRO CALIDA	ESTUDIO MERCADO	POLITI_CONSERVA MEDIO AMBIENTE	EDU BAS	EDU UNI	AÑOS FUNCIONAMIE	T_TASA CREDIT	PERMANE MERCADO	VENDE ESCALA
36	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	1	4	ENTRE 11 Y 15	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL
37	CASI SIEMPRE	NO HA REALIZADO	IMPORANTIE	2	4	ENTRE 11 Y 15	LEGAL	GANAR	NACIONAL
38	CASI NUNCA	NO HA REALIZADO	IMPORANTIE	1	1	ENTRE 11 Y 15	LEGAL	GANAR	NACIONAL
39	ALGUNAS VECES	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	2	2	ENTRE 11 Y 15	LEGAL	GANAR	NACIONAL
40	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	3	2	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
41	NUNCA	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	2	3	HASTA 5	USURA	GANAR	NACIONAL
42	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	1	1	HASTA 5	LEGAL	GANAR	NACIONAL
43	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	2	HASTA 5	NO PAGA	MANTENERSE	LOCAL
44	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	1	4	HASTA 5	USURA	MANTENERSE	LOCAL
45	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	2	MAS DE 15	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL
46	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	4	HASTA 5	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL
47	NUNCA	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	1	2	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	PERDER	REGIONAL
48	SIEMPRE	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	2	ENTRE 6 Y 10	USURA	MANTENERSE	LOCAL
49	CASI SIEMPRE	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	2	1	HASTA 5	LEGAL	GANAR	NACIONAL
50	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	3	3	ENTRE 6 Y 10	USURA	MANTENERSE	LOCAL
51	NUNCA	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	2	2	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	PERDER	REGIONAL
52	ALGUNAS VECES	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	3	3	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
53	SIEMPRE	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	3	ENTRE 6 Y 10	USURA	PERDER	REGIONAL
54	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	POCO IMPORTANTE	3	1	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
55	NUNCA	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	2	2	MAS DE 15	LEGAL	PERDER	REGIONAL
56	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	1	4	ENTRE 6 Y 10	USURA	MANTENERSE	LOCAL
57	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	2	3	MAS DE 15	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL
58	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	2	4	MAS DE 15	LEGAL	PERDER	REGIONAL
59	ALGUNAS VECES	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	1	2	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	PERDER	REGIONAL
60	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	IMPORANTIE	2	2	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
61	CASI SIEMPRE	NO HA REALIZADO	IMPORANTIE	2	1	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	GANAR	NACIONAL
62	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	3	3	ENTRE 6 Y 10	USURA	MANTENERSE	LOCAL
63	CASI SIEMPRE	UNA VEZ	IMPORANTIE	2	2	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	PERDER	REGIONAL
64	NUNCA	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	3	3	HASTA 5	LEGAL	PERDER	REGIONAL
65	CASI SIEMPRE	UNA VEZ	IMPORANTIE	2	3	HASTA 5	USURA	PERDER	REGIONAL
66	SIEMPRE	NO HA REALIZADO	MUY IMPORTANTE	2	4	MAS DE 15	LEGAL	GANAR	NACIONAL
67	CASI SIEMPRE	NO HA REALIZADO	IMPORANTIE	1	4	HASTA 5	LEGAL	PERDER	REGIONAL
68	ALGUNAS VECES	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	1	4	HASTA 5	NO PAGA	PERDER	REGIONAL
69	SIEMPRE	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	3	1	HASTA 5	USURA	MANTENERSE	LOCAL
70	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	1	4	HASTA 5	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL
71	NUNCA	UNA VEZ	MUY IMPORTANTE	1	4	ENTRE 6 Y 10	LEGAL	MANTENERSE	LOCAL



Tabla C.5: Información de Pymes por variables

EMPRESA	CONT FLO	CONT OCAS	RENTA PAIRI	UTILI_NETA ACTIVOS_NETO	ACTIVOS PASIVOS	UTILI_NETA VENT_NETA	ACTIVO PASIVO	VISION	NUMERO EMPLEADOS	PLAN CONTINENCIA
1	3	4	0.37	0.35	0.235	0.328	0.323	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
2	1	3	-0.128	-0.153	-0.142	-0.012	-0.184	TOTALMENTE	MENOS DE 11	SIEMPRE
3	1	1	0.15	0.025	0.196	0.123	0.104	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	NUNCA
4	4	1	-0.232	-0.005	-0.213	-0.039	-0.007	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	SIEMPRE
5	1	1	0.226	0.285	0.367	0.156	0.316	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	SIEMPRE
6	2	2	0.202	0.142	0.283	0.328	0.227	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
7	1	4	-0.045	0.196	-0.089	0.128	0.013	TOTALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
8	1	1	0.211	0.181	0.165	0.142	0.371	NADA	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
9	3	1	0.132	0.367	0.266	0.154	0.142	TOTALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
10	1	1	0.004	0.212	0.002	-0.008	0.001	TOTALMENTE	MENOS DE 11	SIEMPRE
11	3	1	0.075	0.089	0.085	0.162	0.297	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	NUNCA
12	2	3	0.269	0.165	0.212	0.283	0.202	PARCIALMENTE	MAS DE 50	SIEMPRE
13	2	2	0.005	0.266	0.12	0.012	0.02	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
14	1	1	0.368	0.002	0.136	0.244	0.385	TOTALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
15	1	1	0.23	0.085	0.337	0.111	0.4	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
16	4	1	0.085	0.212	0.312	0.086	0.041	NADA	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
17	1	1	0.398	0.02	0.0363	0.346	0.341	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	SIEMPRE
18	4	1	0.014	0.136	0.052	0.015	0.071	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
19	1	1	0.101	0.337	0.173	0.162	0.21	NADA	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
20	3	4	-0.104	-0.012	-0.079	-0.112	-0.003	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
21	1	3	0.01	0.363	0.204	0.008	0.008	TOTALMENTE	MENOS DE 11	NUNCA
22	1	1	0.237	0.052	0.136	0.227	0.297	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
23	1	3	0.115	0.173	0.28	0.201	0.294	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
24	2	2	0.269	0.212	0.212	0.283	0.297	TOTALMENTE	MENOS DE 11	SIEMPRE
25	1	3	0.008	0.0013	0.14	0.107	0.117	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
26	1	1	0.199	0.336	0.153	0.413	0.188	TOTALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
27	2	2	0.22	0.28	0.025	0.314	0.254	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
28	4	1	0.008	0.16	0.095	0.094	0.009	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
29	3	4	0.306	0.14	0.285	0.314	0.624	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
30	1	4	-0.128	-0.153	-0.142	-0.012	-0.184	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	NUNCA
31	1	1	0.004	0.014	2.00E-04	8.00E-04	1.00E-04	NADA	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
32	4	1	-0.232	-0.201	-0.181	-0.039	-0.007	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
33	3	1	-0.226	-0.118	-0.167	-0.156	0.316	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	NUNCA
34	2	2	0.469	0.39	0.412	0.283	0.427	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
35	1	4	-0.045	-0.0385	0.089	0.128	0.013	NADA	MENOS DE 11	SIEMPRE

Tabla C.6: Información de Pymes por variables

EMPRESA	CONT FIJO	CONT OCAS	RENTA PATRI	UTILI_NETA_ACTIVOS_NETO	ACTIVOS PASIVOS	UTILI_NETA_VENT_NETA	ACTIVO PASIVO	VISION	NUMERO EMPLEADOS	PLAN CONTINENCIA
36	1	1	0.211	0.21	0.565	0.742	0.312	TOTALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
37	1	1	0.132	0.285	0.266	0.154	0.142	TOTALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
38	1	1	0.004	0.014	0.002	0.008	0.001	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
39	4	1	0.075	0.226	0.085	0.162	0.038	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
40	2	2	0.004	0.014	0.202	8.00E-04	1.00E-04	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
41	2	2	0.005	0.285	-0.02	0.012	0.02	TOTALMENTE	MAS DE 50	SIEMPRE
42	1	1	0.368	0.183	0.136	0.344	0.385	NADA	MENOS DE 11	NUNCA
43	1	1	0.23	0.29	0.337	0.211	0.4	NADA	MENOS DE 11	SIEMPRE
44	3	3	0.085	0.138	0.012	0.286	0.332	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
45	2	1	0.298	0.35	0.363	0.246	0.009	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
46	4	2	0.314	0.433	0.52	0.415	0.382	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
47	4	1	0.101	0.122	0.173	0.001	0.21	NADA	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
48	3	4	0.269	0.212	0.212	0.283	0.297	NADA	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
49	1	3	0.254	0.272	-0.004	0.202	0.008	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
50	1	1	0.237	0.3	0.236	0.284	0.382	NADA	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
51	2	3	0.115	0.028	0.18	0.123	0.297	NADA	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
52	1	1	0.289	0.025	0.16	0.188	0.012	NADA	MENOS DE 11	SIEMPRE
53	2	1	-0.0288	-0.2	-0.14	-0.375	-0.117	NADA	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
54	1	1	0.199	0.045	-0.153	-0.299	0.188	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
55	2	2	0.22	0.211	0.252	0.191	0.297	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
56	4	1	0.269	0.132	0.212	0.283	0.297	TOTALMENTE	MENOS DE 11	SIEMPRE
57	3	2	0.363	0.313	0.318	0.388	0.342	PARCIALMENTE	MAS DE 50	SIEMPRE
58	4	2	0.001	-0.269	0.09	-0.0284	0.015	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
59	4	1	0.273	0.163	0.385	0.175	0.238	NADA	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
60	3	4	0.211	0.005	0.21	0.213	0.244	NADA	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
61	1	3	0.004	-0.014	0.02	-8.00E-04	1.00E-04	NADA	MENOS DE 11	ALGUNAS VECES
62	1	1	0.016	0.23	-0.014	0.004	0.182	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
63	3	1	0.004	0.014	0.0102	0.028	1.00E-04	NADA	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
64	3	3	0.111	0.25	-0.03	0.269	0.297	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	NUNCA
65	2	1	0.141	0.09	0.285	0.041	0.215	NADA	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
66	1	1	0.163	0.11	0.183	0.081	0.202	PARCIALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES
67	3	3	0.001	-0.09	-0.09	0.052	0.015	PARCIALMENTE	MENOS DE 11	SIEMPRE
68	1	3	0.00273	0.015	0.00138	0.097	0.024	NADA	ENTRE 11 Y 50	NUNCA
69	4	1	0.244	0.169	0.3425	0.328	0.227	TOTALMENTE	MENOS DE 11	SIEMPRE
70	4	1	0.008	0.21	0.3	0.103	0.009	NADA	ENTRE 11 Y 50	SIEMPRE
71	1	3	0.123	0.25	0.122	0.242	0.152	TOTALMENTE	ENTRE 11 Y 50	ALGUNAS VECES

Tabla C.7: Información de Pymes por variables

EMPRESA	MANTENIMIENTO PREVENTIVO	EXENCIÓN IMPUESTOS	BENEFICIOS EXENCIÓN	DISTRIBUCIÓ SIS. COMP	MAYOR VOLU RESID	TRATAMIENTO RESIDUOS	IDEAS INNOVADORAS
1	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
2	SIEMPRE	NUNCA	Poco IMPORTANTE	MUY BUENAS	OTROS	DESECHA	IGNORADAS
3	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	NO GENERA	BUENAS	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
4	NUNCA	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	REGULARES	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
5	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	NO GENERA	MALAS	QUÍMICOS	DESECHA	INCENTIVADAS
6	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
7	SIEMPRE	SIEMPRE	IMPORTANTE	MUY BUENAS	OTROS	DESECHA	IGNORADAS
8	SIEMPRE	NUNCA	Poco IMPORTANTE	BUENAS	OTROS	RECICLA	IGNORADAS
9	ALGUNAS VECES	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	REGULARES	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
10	SIEMPRE	NUNCA	Poco IMPORTANTE	MALAS	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
11	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	MUY BUENAS	QUÍMICOS	RECICLA	INCENTIVADAS
12	SIEMPRE	SIEMPRE	MUY IMPORTANTE	MUY BUENAS	BIOLÓGICOS	DESECHA	COMBINA
13	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	MUY BUENAS	BIOLÓGICOS	RECICLA	COMBINA
14	CASI NUNCA	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	BUENAS	BIOLÓGICOS	DESECHA	IGNORADAS
15	ALGUNAS VECES	NUNCA	NO GENERA	REGULARES	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
16	ALGUNAS VECES	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	MALAS	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
17	NUNCA	NUNCA	NO GENERA	REGULARES	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
18	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	REGULARES	ORGÁNICOS	RECICLA	IGNORADAS
19	SIEMPRE	SIEMPRE	IMPORTANTE	MALAS	OTROS	DESECHA	IGNORADAS
20	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	BUENAS	ORGÁNICOS	TRANSFORMA	PRACTICA
21	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	REGULARES	OTROS	DESECHA	IGNORADAS
22	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	MUY IMPORTANTE	MUY BUENAS	QUÍMICOS	DESECHA	IGNORADAS
23	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	NO GENERA	REGULARES	OTROS	RECICLA	IGNORADAS
24	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MALAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
25	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	IMPORTANTE	MALAS	QUÍMICOS	DESECHA	IGNORADAS
26	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	MUY BUENAS	ORGÁNICOS	DESECHA	IGNORADAS
27	SIEMPRE	SIEMPRE	NO GENERA	REGULARES	ORGÁNICOS	TRANSFORMA	PRACTICA
28	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
29	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	IMPORTANTE	MALAS	QUÍMICOS	DESECHA	IGNORADAS
30	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	Poco IMPORTANTE	MUY BUENAS	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
31	SIEMPRE	SIEMPRE	MUY IMPORTANTE	REGULARES	ORGÁNICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
32	SIEMPRE	NUNCA	IMPORTANTE	BUENAS	BIOLÓGICOS	DESECHA	PRACTICA
33	NUNCA	SIEMPRE	MUY IMPORTANTE	REGULARES	ORGÁNICOS	RECICLA	PRACTICA
34	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
35	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	REGULARES	ORGÁNICOS	TRANSFORMA	PRACTICA

Tabla C.8: Información de Pymes por variables

EMPRESA	MANTENIMIENTO PREVENTIVO	EXENCION IMPUESTOS	BENEFICIOS EXENCION	DISTRIBUCI SIS. COMP	MAYOR VOLU RESID	TRATAMIENTO RESIDUOS	IDEAS INNOVADORAS
36	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INNOVADORAS
37	SIEMPRE	NUNCA	Poco IMPORTANTE	MUY BUENAS	OTROS	DESECHA	IGNORADAS
38	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	BUENAS	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
39	NUNCA	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	REGULARES	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
40	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	NO GENERA	MALAS	QUÍMICOS	DESECHA	INCENTIVADAS
41	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	BUENAS	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
42	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	MUY BUENAS	OTROS	DESECHA	IGNORADAS
43	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
44	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
45	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
46	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
47	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
48	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	RECICLA	INCENTIVADAS
49	CASI NUNCA	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	BUENAS	OTROS	TRANSFORMA	IGNORADAS
50	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
51	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	MUY BUENAS	QUÍMICOS	RECICLA	INCENTIVADAS
52	NUNCA	SIEMPRE	NO GENERA	REGULARES	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
53	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	REGULARES	ORGÁNICOS	RECICLA	IGNORADAS
54	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	MUY IMPORTANTE	MALAS	OTROS	DESECHA	IGNORADAS
55	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	MUY BUENAS	QUÍMICOS	RECICLA	INCENTIVADAS
56	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MALAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
57	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
58	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	MUY BUENAS	OTROS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
59	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	MALAS	BIOLÓGICOS	RECICLA	IGNORADAS
60	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	IMPORTANTE	MUY BUENAS	OTROS	DESECHA	IGNORADAS
61	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	Poco IMPORTANTE	MUY BUENAS	ORGÁNICOS	DESECHA	IGNORADAS
62	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	NO GENERA	MUY BUENAS	ORGÁNICOS	DESECHA	PRACTICA
63	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	MUY IMPORTANTE	BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
64	SIEMPRE	ALGUNAS VECES	MUY IMPORTANTE	MUY BUENAS	QUÍMICOS	RECICLA	IGNORADAS
65	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	Poco IMPORTANTE	MALAS	OTROS	RECICLA	IGNORADAS
66	SIEMPRE	SIEMPRE	MUY IMPORTANTE	MUY BUENAS	BIOLÓGICOS	DESECHA	COMBINA
67	SIEMPRE	NUNCA	IMPORTANTE	BUENAS	ORGÁNICOS	RECICLA	PRACTICA
68	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	MUY IMPORTANTE	REGULARES	ORGÁNICOS	RECICLA	PRACTICA
69	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
70	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS
71	SIEMPRE	NUNCA	NO GENERA	MUY BUENAS	QUÍMICOS	TRANSFORMA	INCENTIVADAS



Tabla C.10: Información de Pymes por variables

EMPRESA	MAQUINARIA EQUIPOS	NUEVOS PRODUC. SERVICIOS	CONOCE NORM. PRESEER	TIPO SOCIEDAD	PRODUCTO SERV
36	FUNCIONA	NUNCA	NO CONOCE	LTDA	PROD_ELAB
37	TEC- ULTIMA NOLOGIA FUNCIONA	ALGUNAS VECES	NO CONOCE	UNIPERSONAL	COMP_VENTA
38	FUNCIONA	CASI NUNCA	NO CONOCE	PERSONA NATURAL	OTROS
39	FUNCIONA	ALGUNAS VECES	TOTALMENTE	UNIPERSONAL	ALIMENTACION
40	AVANZADA	ALGUNAS VECES	NO CONOCE	LTDA	COMP_VENTA
41	TEC- ULTIMA NOLOGIA	CASI SIEMPRE	NO CONOCE	LTDA	DISTRIBUCION
42	FUNCIONA	ALGUNAS VECES	NO CONOCE	PERSONA NATURAL	PROD_ELAB
43	FUNCIONA	NUNCA	TOTALMENTE	PERSONA NATURAL	MANT_REP
44	FUNCIONA	NUNCA	TOTALMENTE	LTDA	PROD_ELAB
45	FUNCIONA	NUNCA	NO CONOCE	LTDA	COMP_VENTA
46	FUNCIONA	NUNCA	NO CONOCE	LTDA	COMP_VENTA
47	FUNCIONA	CASI SIEMPRE	TOTALMENTE	PERSONA NATURAL	COMP_VENTA
48	OBSOLETA	NUNCA	NO CONOCE	LTDA	ALIMENTACION
49	FUNCIONA	CASI SIEMPRE	PARCIALMENTE	UNIPERSONAL	TV_RADIO-COMUN
50	FUNCIONA	NUNCA	PARCIALMENTE	UNIPERSONAL	PROD_ELAB
51	FUNCIONA	CASI SIEMPRE	PARCIALMENTE	LTDA	COMP_VENTA
52	FUNCIONA	ALGUNAS VECES	TOTALMENTE	LTDA	PROD_ELAB
53	OBSOLETA	ALGUNAS VECES	NO CONOCE	LTDA	COMP_VENTA
54	TEC- ULTIMA NOLOGIA	SIEMPRE	NO CONOCE	PERSONA NATURAL	COMP_VENTA
55	FUNCIONA	CASI SIEMPRE	NO CONOCE	PERSONA NATURAL	ALIMENTACION
56	OBSOLETA	NUNCA	NO CONOCE	LTDA	ALIMENTACION
57	FUNCIONA	NUNCA	TOTALMENTE	LTDA	CONS_CIVIL
58	TEC- ULTIMA NOLOGIA	SIEMPRE	NO CONOCE	UNIPERSONAL	COMP_VENTA
59	FUNCIONA	ALGUNAS VECES	TOTALMENTE	PERSONA NATURAL	COMP_VENTA
60	AVANZADA	SIEMPRE	NO CONOCE	PERSONA NATURAL	TV_RADIO-COMUN
61	FUNCIONA	SIEMPRE	NO CONOCE	PERSONA NATURAL	DISTRIBUCION
62	FUNCIONA	NUNCA	NO CONOCE	LTDA	PROD_ELAB
63	FUNCIONA	CASI SIEMPRE	NO CONOCE	PERSONA NATURAL	ALIMENTACION
64	FUNCIONA	CASI SIEMPRE	NO CONOCE	SOCIEDAD ANONIMA ABIERTA	MANT_REP
65	FUNCIONA	SIEMPRE	NO CONOCE	LTDA	ALIMENTACION
66	TEC- ULTIMA NOLOGIA	SIEMPRE	NO CONOCE	LTDA	COMP_VENTA
67	AVANZADA	CASI SIEMPRE	NO CONOCE	PERSONA NATURAL	CONS_CIVIL
68	FUNCIONA	SIEMPRE	NO CONOCE	SA_ABIERTA	OTROS
69	FUNCIONA	NUNCA	TOTALMENTE	LTDA	MANT_REP
70	FUNCIONA	NUNCA	PARCIALMENTE	PERSONA NATURAL	COMP_VENTA
71	FUNCIONA	NUNCA	PARCIALMENTE	LTDA	PROD_ELAB

---

### **C.3. Modelo de análisis para el índice de competitividad de las Pymes**

La definición del modelo de análisis para construir el índice de competitividad de las Pymes, comprende la matriz estratégica, la matriz de análisis y la matriz de indicadores, estas matrices que son la base de la medición de las características de las Pymes, se conforman con la información que aparece en negrilla en las tablas C.11 a C.21

Tabla C.11: Matriz estratégica. Temas relevantes

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Organización empresarial	<p><b>Plan estratégico</b></p> <p><b>Valores</b></p> <p><b>Objetivos estratégicos</b></p> <p><b>Flexibilidad de la organización</b></p>	<p><b>Antigüedad</b></p> <p>Generaciones de propietarios</p>	<p><b>Organización</b></p> <p><b>Organigrama. Descripción de cargos</b></p>	<p><b>Ideas y programas innovadores</b></p>
Recurso humano	<p><b>Nivel de educación</b></p> <p><b>Política de promoción</b> Plan de capacitación</p> <p><b>Políticas de seguridad industrial</b></p>	<p><b>Tipo de vinculación</b></p> <p>Rotación de personal Nuevos cargos</p>	<p><b>Planta de personal</b></p> <p><b>Políticas de estímulos y promoción</b> Evaluación de personal</p> <p><b>Plan de contingencia</b> Personal pasante o en formación</p> <p><b>Ejecución y seguimiento del plan de capacitación</b> Políticas de ahorro y buen uso de recursos</p>	<p><b>Nuevos procesos operativos desarrollados por el equipo de la empresa</b> Reconocimientos obtenidos ante autoridades competentes</p> <p>Mecanismos electrónicos de selección y vinculación de personal</p>
Condiciones financieras y comerciales	<p><b>Recursos de la empresa</b></p> <p>Maximización del valor económico agregado (EVA) Plan de costos</p> <p>Plan de recuperación de cartera Costos de producción Costos de operación</p>	<p>Rotación de activos fijos</p> <p><b>Garantías</b></p> <p><b>Rentabilidad del Patrimonio</b></p> <p><b>Utilidad neta de activos totales</b></p> <p><b>Apalancamiento financiero</b></p> <p><b>Utilidades de ventas</b></p> <p><b>Activos corrientes a corto plazo</b></p> <p><b>Tipo de endeudamiento</b></p>	<p>Ingresos por colocación de inversiones o recursos financieros Políticas de pagos a proveedores</p>	<p>Disminución de costos por uso de tecnología de información</p> <p>Tecnología (Software) y telecomunicación</p> <p>Herramientas y formatos electrónicos</p>



Tabla C.12: Matriz estratégica. Temas relevantes (continuación)

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
	<b>Plan de producción</b>	Niveles de producción	<b>Estándares de producción</b>	Productos o servicios nuevos o significativamente mejorado en el mercado local, nacional o internacional
Producción	Estándares de calidad <b>Plan de mantenimiento preventivo</b>  Certificación de calidad	Operación de la empresa  Volumen de inventarios de la empresa	Niveles de inventarios <b>Ejecución del plan de mantenimiento preventivo</b>  Control de calidad y mejoras	<b>Renovación de tecnología</b> Alcance del producto o servicio nuevo o significativamente mejorado en el mercado local, nacional o internacional Implementación de nuevos procesos y servicios
	Sellos de calidad Buenas prácticas de manufactura (BPM)  Certificaciones del producto o servicio		<b>Almacenamiento del producto</b> <b>Última tecnología</b> <b>Instalaciones</b>  Tiempo de respuesta o desarrollo del producto o servicio Tecnificación de la planta Productos defectuosos	<b>Sistematización</b>  <b>Ubicación de la empresa</b>
Políticas de estado	Normatividad nacional e internacional <b>Planes para obtener incentivos gubernamentales</b> Asesoría técnica Subsidios económicos	La empresa involucra a su entorno  Certificados de proyectos desarrollados con la comunidad	Aplicación de normas <b>Ejecución de planes para obtener incentivos gubernamentales</b> <b>Exención de impuestos</b> <b>Beneficios o incentivos</b> <b>Planes asociativos</b>	Beneficios gubernamentales otorgados por compra de innovación o diseños
Entorno sociocultural	<b>Asociaciones relacionadas con el sector</b> Entidades de apoyo  <b>Políticas de bienestar</b> Prácticas de responsabilidad social		<b>Políticas de distribución</b>  Efectividad del plan  <b>Asociatividad con competidores</b>	Nuevas prácticas de responsabilidad social

Tabla C.13: Matriz estratégica. Temas relevantes (continuación)

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Mercados	<b>Estudios de mercado</b> Gastos de representación <b>Conocimiento de competidores</b>	<b>Participación en el mercado</b>	<b>Publicidad</b> <b>Forma de distribución del producto</b>  <b>Necesidades de clientes</b> Conocimiento del mercado	Utilización de mecanismos innovadores:(Internet, servicio al cliente) para promocionar y vender el producto o servicio
Medio ambiente	<b>Plan de reciclaje</b> Políticas de conservación del medio ambiente <b>Manejo de residuos</b>	Ejecución del plan de reciclaje Sanciones medioambientales	<b>Clases de residuos</b> <b>Tratamiento de residuos</b> Tratamientos de agua Control de vertimientos según sector	Última tecnología para tratamiento de residuos Gestión ambiental
Documentación	Archivos de documentos de planes Documentación del funcionamiento(Registros de la empresa) Relación de archivos almacenados y archivos producidos	Control de archivos Sistematización,almacenamiento y ubicación de información	Documentación de ejecución y cumplimiento de la planes y programas Archivos producidos al interior de la empresa Digitalización de información existente	Archivos de respaldo y soporte

Tabla C.14: Matriz de análisis. Documentos

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Organización empresarial	<p><b>Plan estratégico</b></p> <p><b>Valores</b></p> <p><b>Objetivos estratégicos</b></p> <p><b>Actas de comites</b></p>	<p><b>Registro de constitución Cámara de Comercio</b></p> <p>Registro supersociedades</p>	<p><b>Organización</b></p> <p><b>Contratos Descripción de cargos</b></p>	<p><b>Ideas y programas innovadores</b></p>
Recurso humano	<p><b>Nivel de educación</b></p> <p><b>Política de promoción</b></p> <p>Plan de capacitación</p> <p><b>Políticas de seguridad industrial</b></p>	<p><b>Tipo de vinculación</b></p> <p>Rotación de personal</p> <p>Nuevos cargos</p>	<p><b>Contratos</b></p> <p><b>Políticas de estímulos y promoción</b></p> <p>Evaluación de personal</p> <p><b>Plan de contingencia</b></p> <p>Personal pasante o en formación</p> <p>Ejecución y seguimiento del plan de capacitación</p> <p>Registro de ahorro y buen uso de recursos</p>	<p><b>Nuevos procesos operativos desarrollados por el equipo de la empresa</b></p> <p>Reconocimientos obtenidos ante autoridades competentes</p> <p>Registro de mecanismos electrónicos de selección y vinculación de personal</p>
Condiciones financieras y comerciales	<p><b>Recursos de la empresa</b></p> <p>Maximización del valor económico agregado (EVA)</p> <p>Disponibilidad de efectivo</p> <p>Plan de costos</p> <p>Plan de recuperación de cartera</p> <p>Costos de producción</p> <p>Costos de operación</p>	<p>Rotación de activos fijos</p> <p><b>Garantías</b></p> <p><b>Rentabilidad del Patrimonio</b></p> <p><b>Utilidad neta de activos totales</b></p> <p><b>Apalancamiento financiero</b></p> <p><b>Utilidades de ventas</b></p> <p>Activos corrientes a corto plazo</p> <p><b>Tipo de endeudamiento</b></p>	<p>Ingresos por colocación de inversiones o recursos financieros</p> <p>Políticas de pagos a proveedores</p>	<p>Registro de costos por uso de tecnología de información</p> <p>Tecnología (Software) y telecomunicación</p> <p>Consultas por Internet</p> <p>Herramientas y formatos electrónicos</p>

Tabla C.15: Matriz de análisis. Documentos (continuación)

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Producción	<p><b>Plan de producción</b></p> <p><b>Estándares de calidad</b> Plan de mantenimiento preventivo Certificación de calidad</p> <p>Sellos de calidad Buenas prácticas de manufactura (BPM)</p> <p>Perdida de la certificación de calidad</p>	<p>Niveles de producción</p> <p>Operación de la empresa</p> <p>Volumen de inventarios de la empresa</p>	<p><b>Estándares de producción</b></p> <p>Sistema de inventarios <b>Ejecución del plan de mantenimiento preventivo</b> Control de calidad y mejoras</p> <p><b>Almacenamiento del producto</b> <b>Última tecnología</b> <b>Documentación sobre titularidad o tenencia de bienes y locales</b> Tiempo de respuesta o desarrollo del producto o servicio Inventario de productos defectuosos Hojas de vida de maquinaria y equipo</p>	<p>Productos o servicios nuevos o significativamente mejorado en el mercado local, nacional o internacional</p> <p><b>Renovación de tecnología</b></p> <p><b>Implementación de nuevos procesos y servicios</b></p> <p><b>Sistematización</b> Directorio zonal</p>
Políticas de estado	<p>Normatividad nacional e internacional</p> <p><b>Planes para obtener incentivos gubernamentales</b> Contratos de asesoría técnica Certificados de subsidios económicos</p>	<p>La empresa involucra a su entorno</p> <p>Certificados de proyectos desarrollados con la comunidad</p>	<p><b>Recepción de beneficios</b></p> <p><b>Documento de incentivos gubernamentales</b></p> <p><b>Recibo de exención de impuestos</b> <b>Certificado de beneficios o incentivos</b> <b>Contratos de planes asociados</b> <b>Políticas de distribución</b> <b>Efectividad del plan</b></p> <p><b>Asociatividad con competidores</b></p>	<p>Certificados de beneficios gubernamentales otorgados por compra de innovación</p>
Entorno sociocultural	<p>Certificados de asociaciones</p> <p>Directorio de entidades que ofrecen apoyo</p> <p><b>Políticas de bienestar</b> Documento de prácticas de responsabilidad social</p>			<p>Registro de prácticas de responsabilidad social</p>

Tabla C.16: Matriz de análisis. Documentos (continuación)

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Mercados	<p><b>Resultados de estudios de mercado</b></p> <p>Gastos de representación</p> <p><b>Conocimiento de competidores</b></p>	<p>Ventas, pedidos y entregas</p> <p><b>Cobertura de ventas</b></p>	<p>Contratos de publicidad</p> <p>Forma de distribución del producto</p> <p>Encuestas de satisfacción</p> <p>Conocimiento del mercado</p> <p>Permanencia en el mercado</p>	<p>Registro de pedidos por internet</p> <p>Registro de utilización de mecanismos innovadores para promocionar y vender productos o servicios</p>
Medio ambiente	<p><b>Plan de reciclaje</b></p> <p>Documento de planes y programas de conservación del medio ambiente</p> <p><b>Plan de manejo de residuos</b></p>	<p>Ejecución del plan de reciclaje</p> <p>Sanciones medioambientales</p>	<p><b>Clases de residuos</b></p> <p>Documentos de control de tratamiento de residuos</p> <p>Tratamientos de agua</p>	<p>Última tecnología para tratamiento de residuos</p>
Documentación	<p>Archivos de documentos de planes</p> <p>Documentación del funcionamiento(Registros de la empresa)</p> <p>Relación de archivos almacenados y archivos producidos</p>	<p>Control de archivos</p> <p>Sistematización,almacenamiento y ubicación de información</p>	<p>Control de vertimientos</p> <p>Documentación de ejecución y cumplimiento de la planes y programas</p> <p>Archivos producidos al interior de la empresa</p> <p>Digitalización de información existente</p>	<p>Documentos de gestión Ambiental</p> <p>Archivos de respaldo y soporte</p> <p>Archivos electrónicos</p>

Tabla C.17: Matriz de indicadores.

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Organización empresarial	<p>Fecha de actualización del plan estratégico</p> <p><i>Cumplimiento del plan estratégico: totalmente, parcialmente, no cumple</i></p> <p><i>Órgano de decisión: gerente, dueño, junta, secretaria</i></p> <p><i>Nivel de conocimiento de objetivos: excelente, bueno, regular, malo</i></p> <p><i>Nivel de cumplimiento de valores: excelente, bueno, regular, malo</i></p>	<p><b>Total años de funcionamiento</b></p> <p>Número de generaciones de propietarios</p>	<p><b>Identificación y cumplimiento de roles asignados: siempre, casi siempre, algunas veces, casi nunca, nunca</b></p> <p><b>Descripción de cargos y conocimiento funciones: muy buena, buena, regular, mala</b></p> <p><b>Contribución de las áreas al plan estratégico: totalmente, parcialmente, no contribuye</b></p> <p>% cargos directivos/ cargos totales</p>	<p><b>Conocimiento de las políticas de innovación: excelente, bueno, regular, malo</b></p> <p><b>Renovación de tecnología: actualizar, mantener, nada</b></p>
	<p><b>Nivel de educación: % con primaria, % bachillerato, % empleados con educación superior</b></p>	<p><b>Vinculación: % término definido, % término fijo y % ocasionales</b></p> <p>Tasa de nuevos cargos</p> <p>% cargos existentes/número de contrataciones</p>	<p><b>Número de empleados</b></p> <p><b>Aplicación de políticas de estímulos: siempre, casi siempre, algunas veces, casi nunca, nunca</b></p> <p>% empleados evaluados</p> <p><b>Aplicación del plan de contingencia: siempre, casi siempre, algunas veces</b></p> <p>% personal pasante o en formación / total empleados</p> <p>% personal com premios o distinciones / total empleados</p> <p>% valor estímulos / Valor nominal</p> <p>Índice de reducción de servicios</p>	<p><b>Valoración de programas e ideas innovadoras: ignoradas, combinadas</b></p> <p><b>Implementación de ideas innovadoras: siempre, casi siempre, algunas veces, casi nunca, nunca</b></p> <p>Número certificados de reconocimiento obtenidos por el personal</p> <p>Número de certificaciones de capacitación de los empleados</p> <p>Registro de mecanismos electrónicos de selección y vinculación de personal</p> <p>Número de empleados vinculados por este medio</p>
Recurso humano	<p>Número de personal capacitado</p> <p><b>Promoción de personal por: dueño, democracia, concurso, méritos</b></p> <p>Plan de capacitación</p> <p><b>Cumple normas de seguridad: siempre, casi siempre, algunas veces, casi nunca, nunca</b></p>			

Tabla C.18: Matriz de indicadores. (continuación)

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Condiciones financieras y comerciales	<p><b>Recursos: propios. créditos. otros</b></p> <p>Índice del valor económico agregado (EVA)</p> <p>% costos de producción</p> <p>% costos de operación</p> <p>% de disminución de gastos</p>	<p>Interés de: usura. legal. no paga</p> <p><b>Garantía:</b> % <b>Prendaria.</b> % <b>hipotecaria.</b> % <b>personal.</b> % <b>leasing</b></p> <p>% Rotación de activos fijos</p> <p>% <b>rentabilidad</b> / <b>patrimonio</b></p> <p>% <b>utilidad neta</b> / <b>total activos</b></p> <p>% <b>total pasivos</b> / <b>total activos</b></p> <p>% <b>utilidades netas</b> / <b>ventas netas</b></p> <p>% <b>activos corrientes</b> / <b>pasivos corrientes</b></p> <p>% <b>endeudamiento</b></p> <p>Días de rotación de cartera</p> <p>% de disminución de cartera</p>		
				Número de programas desarrollados por la empresa reconocidos como innovadores
			% de ahorro en servicios	Número de transacciones por internet
			% Ingresos año actual / año anterior	

Tabla C.19: Matriz de indicadores.(continuación)

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Producción	<p><b>Control previo de estándares de calidad a la materia prima: siempre. casi siempre. algunas veces. casi nunca. nunca</b></p> <p>Número de productos o servicios con sello de calidad</p> <p>Número de productos o servicios con certificación Iconfex</p> <p>Número de productos con registros Invima</p> <p>Número de productos o servicios con registros BPM</p> <p>Número de productos o servicios con norma ISO</p>	<p>Número de unidades producidas o servicios generados</p>	<p><b>Control de estándares de producción: siempre. casi siempre. algunas veces. casi nunca. nunca</b></p>	<p>Número de productos o servicios nuevos o significativamente mejorados en el mercado local, nacional o internacional</p>
	<p><b>Desarrollo de programas de control de calidad y mejoras: siempre. casi siempre. algunas veces. nunca</b></p> <p><b>Cumplimiento de los estándares de calidad: siempre. casi siempre. algunas veces. nunca</b></p> <p>Número de certificaciones de producto o servicio</p>	<p>% de aumento de la operación de la empresa con respecto al año anterior</p> <p>% unidades en inventario / producción total</p>	<p><b>Condiciones óptimas del producto terminado: siempre. casi siempre. algunas veces. nunca</b></p> <p><b>Cumplimiento de niveles de producción: siempre. casi siempre. algunas veces. nunca</b></p> <p><b>Condiciones óptimas del producto terminado: siempre. casi siempre. algunas veces. nunca</b></p> <p><b>Cumplimiento del plan de mantenimiento preventivo: siempre. casi siempre. algunas veces. nunca</b></p> <p>% tiempo esperado / tiempo real</p> <p><b>Instalaciones: propias. arriendo. préstamo</b></p> <p>Años de utilización de maquinaria y equipo</p> <p>% productos defectuosos / producción total</p>	<p><b>La maquinaria en la empresa es: última. avanzada. funcional. obsoleta</b></p> <p><b>Sistematización: muy importante. importante. poco importante</b></p> <p><b>Implementación de nuevos procesos o servicios o mejoras: siempre. casi siempre. algunas veces. casi nunca. nunca</b></p> <p><b>Ubicación de la empresa: muy estratégica. estratégica. nada estratégica</b></p>



Tabla C.20: Matriz de indicadores.(continuación)

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Políticas de estado	<p><i>Se da cumplimiento a las normas: siempre, algunas veces, nunca</i></p> <p><i>Nivel de conocimiento de políticas: totalmente, parcialmente, no conoce</i></p> <p>Valor de la asesoría técnica</p> <p>Valor del subsidio</p>	<p>Numero de certificados de proyectos desarrollados con la comunidad</p>	<p><i>Recibe beneficios: siempre, algunas veces, nunca</i></p> <p><i>Recibe exenciones de impuestos: siempre, algunas veces, nunca</i></p> <p><i>Nivel de importancia de las exenciones: muy importante, importante, poco importante, no genera</i></p> <p>% de perdidas de beneficios</p> <p>Número de beneficios obtenidos</p> <p><i>Realiza planes asociativos: siempre, casi siempre, algunas veces, casi nunca, nunca</i></p> <p><i>Utiliza sistemas de distribución compartidos: siempre, algunas veces, nunca</i></p>	<p><i>Conoce las políticas estatales de innovación: totalmente, parcialmente, no conoce</i></p> <p>Valor de la exención de impuestos</p> <p>Valor de beneficios recibidos</p>
Entorno sociocultural	<p><i>Conocimiento de organizaciones o entidades relacionadas con el sector al que pertenece la empresa: totalmente, parcialmente, no conoce</i></p> <p>% de ejecución de políticas</p>		<p><i>Realiza programas de promoción: siempre, algunas veces, nunca</i></p> <p>% de personas vinculadas/ total empleados</p> <p>% de actividades cumplidas con respecto al cronograma</p>	
Mercados	<p><i>Frecuencia de estudios de mercado: no ha realizado, 1 vez, 2 a 3 veces, más de 3 veces</i></p> <p><i>Conocimiento de competidores: totalmente, parcialmente, no conoce</i></p> <p>Estrategia de ventas: muy importante, importante, poco importante</p> <p>Nivel de satisfacción del cliente: totalmente, parcialmente, no</p>	<p>Volumen de ventas, pedidos y entregas</p> <p><i>Cobertura de ventas: local, regional, departamental, internacional</i></p> <p>% ventas/ presupuestado</p>	<p><i>Realiza publicidad: siempre, algunas veces, nunca</i></p> <p><i>Conocimiento de necesidades de clientes: totalmente, parcialmente, no conoce</i></p> <p><i>Atiende a los mismos clientes: siempre, algunas veces, nunca</i></p>	<p>Países a los que acceden los productos o servicios de la empresa</p> <p>Número de consultas por internet</p> <p>Número de pedidos por internet</p>

Tabla C.21: Matriz de indicadores.(continuación)

	Calidad	Sostenibilidad	Productividad	Innovación
Medio ambiente	<p><i>Importancia de las políticas de conservación del medio ambiente: muy importante. poco importante. no se tiene en cuenta</i></p> <p><i>Conocimiento de normatividad: totalmente. parcialmente. no conoce</i></p> <p><i>% del plan de manejo de residuos</i></p>	<p>Número de sanciones medioambientales</p>	<p><b>Tratamiento de residuos: Desecha. recicla. transforma</b></p> <p>Mayor volumen de residuos diarios: orgánicos. químicos. biológicos</p> <p>% de agua tratada</p> <p>% de pureza del agua tratada</p> <p>Número de proyectos medioambientales reconocidos ante entidades</p> <p>Control de vertimientos según sector</p>	<p>La maquinaria en la empresa es amigable con el medio ambiente: totalmente. parcialmente. no</p> <p>Gestión ambiental</p>
Documentación	<p>Archivos de documentos de planes</p> <p>Documentación del funcionamiento(Registros de la empresa)</p> <p>% de archivos almacenados /archivos producidos</p>	<p>Control de archivos</p> <p>Sistematización.almacenamiento y ubicación de información</p>	<p>Documentación de ejecución y cumplimiento de la planes y programas</p> <p>Archivos producidos al interior de la empresa</p> <p>% de información digitalización / información producida</p>	<p>Archivos de respaldo y soporte</p> <p>Archivos electrónicos</p>

## C.4. Caracterización de las Pymes del grupo 4

Tabla C.22: Características de las Pymes del grupo 4

Categorías		Cla/Mod	Mod/Cla	Global	p.value	v.test
Nuevos procesos o servicios	Nunca	100.00	100.00	25.35	0.00000	8.36
Tratamiento de residuos	Transforma	85.71	100.00	29.58	0.00000	7.46
Vende a escala	Mantenerse	85.00	94.44	28.17	0.00000	6.95
Ideas y programas innovadoras	Incentivadas	69.23	100.00	36.62	0.00000	6.47
Mayor volumen de residuos	Químicos	69.23	100.00	36.62	0.00000	6.47
Generan ahorro	No genera	62.07	100.00	40.85	0.00000	5.98
Estudios de mercado	Una vez	52.94	100.00	47.89	0.00000	5.26
Políticas conservación de medio ambiente	Muy importante	45.00	100.00	56.34	0.00001	4.48
Programas control de calidad y mejoras	Nunca	65.00	72.22	28.17	0.00001	4.37
Vende a escala	Local	47.22	94.44	50.70	0.00002	4.27
Exención de impuestos	Nunca	56.00	77.78	35.21	0.00005	4.05
Control de calidad del producto terminado	Siempre	37.50	100.00	67.61	0.00047	3.50
Sistemas de distribución compartidos	Muy buenas	45.45	83.33	46.48	0.00062	3.42
Mantenimiento preventivo de maquinaria y equipo	Siempre	36.73	100.00	69.01	0.00074	3.37
Promoción social y cultural para el persona	Meritos	50.00	66.67	33.80	0.00214	3.07
Control de calidad a las materias primas	Siempre	36.96	94.44	64.79	0.00300	2.97
Fuente de recursos financieros	Crédito	42.31	61.11	36.62	0.02855	2.19
Maquinaria y equipo	Funciona	34.88	83.33	60.56	0.03920	2.06
Tipo tasa créditos	Usura	47.06	44.44	23.94	0.04722	1.98

Tabla C.23: Características de las Pymes del grupo 3 AFM

Categorías		Cla/Mod	Mod/Cla	Global	p.value	v.test
Mantenimiento preventivo de maquinaria y equipo	Siempre	34.69	100.00	69.01	0.00125	3.23
Estudios de mercado	No ha realizado	40.00	82.35	49.30	0.00362	2.91
Tratamiento de residuos	Recicla	50.00	58.82	28.17	0.00478	2.82
La producción le ha permitido	Perder	50.00	58.82	28.17	0.00478	2.82
Control de calidad del producto terminado	Siempre	33.33	94.12	67.61	0.01083	2.55
Nuevos procesos o servicios	Casi siempre	53.85	41.18	18.31	0.02022	2.32
Tipo contrato fijo	Entre 25 % y 50 %	53.85	41.18	18.31	0.02022	2.32
Exención de impuestos	Algunas veces	40.74	64.71	38.03	0.02200	2.29
Generan ahorro	Muy importante	45.00	52.94	28.17	0.02543	2.23

Tabla C.24: Características de las Pymes del grupo 3 Prinqual

Categorías		Cla/Mod	Mod/Cla	Global	p.value	v.test
Mantenimiento preventivo de maquinaria y equipo	Siempre	38.78	100.00	69.01	0.00043	3.52
Estudios de mercado	No ha realizado	45.71	84.21	49.30	0.00074	3.37
Control de calidad del producto terminado	Siempre	37.50	94.74	67.61	0.00415	2.87
Tratamiento de residuos	Recicla	50.00	52.63	28.17	0.01581	2.41
Generan ahorro	Muy importante	50.00	52.63	28.17	0.01581	2.41
La producción le ha permitido	Perder	50.00	52.63	28.17	0.01581	2.41
Nuevos procesos o servicios	Casi siempre	53.85	36.84	18.31	0.04301	2.02
Tipo contrato fijo	Casi siempre	53.85	36.84	18.31	0.04301	2.02

Tabla C.25: Características de las Pymes del grupo 2 AFM

Categorías		Cla/Mod	Mod/Cla	Global	p.value	v.test
Promoción social y cultural para el persona	Dueño	85.71	33.33	9.86	0.00153	3.17
Programas control de calidad y mejoras	Casi siempre	57.14	44.44	19.72	0.00962	2.59
Ideas y programas innovadoras	Ignoradas	47.37	50.00	26.76	0.02707	2.21
Mayor volumen de residuos	Otros	47.37	50.00	26.76	0.02707	2.21
Políticas conservación de medio ambiente	Importante	47.37	50.00	26.76	0.02707	2.21
Maquinaria y equipo	Avanzada	54.55	33.33	15.49	0.04974	1.96

Tabla C.26: Características de las Pymes del grupo 2 Prinqual

Categorías		Cla/Mod	Mod/Cla	Global	p.value	v.test
Generan ahorro	Importante	83.33	33.33	8.45	0.00242	3.03
Políticas conservación de medio ambiente	Importante	47.37	60.00	26.76	0.00468	2.83
Promoción social y cultural para el persona	Dueño	71.43	33.33	9.86	0.00739	2.68
Programas control de calidad y mejoras	Casi siempre	50.00	46.67	19.72	0.01430	2.45
Maquinaria y equipo	Avanzada	54.55	40.00	15.49	0.01692	2.39
Plan de producción	Nunca	62.50	33.33	11.27	0.01717	2.38
Ideas y programas innovadoras	Ignoradas	42.11	53.33	26.76	0.02679	2.21
Mayor volumen de residuos	Otros	42.11	53.33	26.76	0.02679	2.21

Tabla C.27: Características de las Pymes del grupo 1 AFM

Categorías		Cla/Mod	Mod/Cla	Global	p.value	v.test
Control de calidad del producto terminado	Casi siempre	78.57	61.11	19.72	0.00001	4.51
Empleados educación universitaria	Hasta 25 %	73.33	61.11	21.13	0.00002	4.25
Tratamiento de residuos	Desecha	50.00	83.33	42.25	0.00011	3.86
La producción le ha permitido	Ganar	48.39	83.33	43.66	0.00021	3.71
Tipo contrato fijo	Hasta 25 %	46.88	83.33	45.07	0.00036	3.57
Vende a escala	Nacional	52.00	72.22	35.21	0.00051	3.48
Políticas conservación de medio ambiente	Poco importante	66.67	44.44	16.90	0.00219	3.06
Ideas y programas innovadoras	Practica	52.38	61.11	29.58	0.00260	3.01
Mayor volumen de residuos	Orgánicos	52.38	61.11	29.58	0.00260	3.01
Mantenimiento preventivo de maquinaria y equipo	Casi siempre	63.64	38.89	15.49	0.00813	2.65
Numero empleados	Menos de 11	41.94	72.22	43.66	0.01050	2.56
Nuevos procesos o servicios	Siempre	50.00	50.00	25.35	0.01671	2.39
Control de calidad a las materias primas	Casi siempre	71.43	27.78	9.86	0.01928	2.34
Políticas conservación de medio ambiente	Importante	47.37	50.00	26.76	0.02707	2.21
Promoción social y cultural para el persona	Concurso	47.37	50.00	26.76	0.02707	2.21
Mantenimiento preventivo de maquinaria y equipo	Casi nunca	100.00	16.67	4.23	0.02855	2.19
Programas control de calidad y mejoras	Casi nunca	100.00	16.67	4.23	0.02855	2.19
Generan ahorro	Poco importante	50.00	44.44	22.54	0.02960	2.18
Exención de impuestos	Siempre	53.85	38.89	18.31	0.03000	2.17
conocimiento normas medio ambiente	No conoce	36.84	77.78	53.52	0.03172	2.15
Plan de producción	Nunca	62.50	27.78	11.27	0.04287	2.03

Tabla C.28: Características de las Pymes del grupo 1 Prinqual

Categorías		Cla/Mod	Mod/Cla	Global	p.value	v.test
Control de calidad del producto terminado	Casi siempre	78.57	57.89	19.72	0.00001	4.34
Tratamiento de residuos	Desecha	53.33	84.21	42.25	0.00004	4.12
La producción le ha permitido	Ganar	51.61	84.21	43.66	0.00007	3.96
Generan ahorro	Poco importante	68.75	57.89	22.54	0.00013	3.82
Empleados educación universitaria	Hasta 25 %	66.67	52.63	21.13	0.00057	3.44
Ideas y programas innovadoras	Practica	57.14	63.16	29.58	0.00076	3.37
Mayor volumen de residuos	Orgánicos	57.14	63.16	29.58	0.00076	3.37
Vende a escala	Nacional	52.00	68.42	35.21	0.00128	3.22
Control de calidad a las materias primas	Casi siempre	85.71	31.58	9.86	0.00220	3.06
Numero de empleados	Menos de 11	45.16	73.68	43.66	0.00473	2.82
Tipo contrato fijo	Hasta 25 %	43.75	73.68	45.07	0.00747	2.67
Mantenimiento preventivo de maquinaria y equipo	Casi siempre	63.64	36.84	15.49	0.01206	2.51
Políticas conservación de medio ambiente	Poco importante	58.33	36.84	16.90	0.02399	2.26

---

## Bibliografía

---

- Acosta, R. (1997), El índice de condición de vida modificado, Trabajo de grado para optar al título de Magister en Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Acosta, R., Nina, E. & Castaño, E. (2003), '¿Quién se beneficia del SISBEN? Evaluación Integral', *Departamento Nacional De Planeación. Dirección de Desarrollo Social y Misión Social. Ministerio de Salud* . [citado 09/06/2009].  
\*<http://www.minproteccionsocial.gov.co/pars/library/documents/DocNewsNo16292DocumentNo4423.PDF>
- Aguado, I., Barrutia, J. & Echebarria, C. (2007), 'Los indicadores de desarrollo sostenible: Su aplicación en la Reserva de la Biosfera de Urdaibai', *Forum de Sostenibilidad. Cátedra Unesco* . [citado 11/02/2008].  
\*[http://www.ehu.es/temporalcatedra/revista/numero\\_1/01\\_09echebarria.pdf](http://www.ehu.es/temporalcatedra/revista/numero_1/01_09echebarria.pdf)
- Arellano, W. & Parra, C. (2000), Aproximaciones a la pobreza en Colombia: Un intento por captar intangibles, Tesis para optar al título de Maestría en Economía, Universidad de los Andes - Colciencias - Corporación Universitaria Tecnológica de Bolívar. [citado 20/07/2007].
- Bautista, G. (2009), Comparación de los métodos Tucker 3 y Análisis Factorial Multiple para el análisis de datos tres vías, Tesis para optar al título de Maestría en Ciencias Estadística, Universidad Nacional de Colombia.  
\*<http://www.docentes.unal.edu.co/cepardot/docs/TrabajosGrado/TesisGBautista09.pdf>
- Bautista, L. (1986), 'Curso de análisis de datos multivariados', *Tercer Coloquio distrital de Matemáticas y Estadística* . [citado 10/04/2008].  
\*<http://digital.unal.edu.co/dspace/bitstream/10245/838/6/05/ANEX01.pdf>
- Bécue, M. & Pagès, J. (2008), 'Multiple factor analysis and clustering of a mixture of quantitative, categorical and frequency data', *Computational Statistics and Data Analysis* **52**(2), 3255–3268.
- Begg, D. (2002), 'Growth, integration, and macroeconomic policy design: Some lessons for Latin America', *The North American Journal of Economics and Finance, Elsevier* **13**(3), 279–295.

- Carrasco, S. & Arredondo, J.-O. (2006), 'Aportación del AFM al análisis de las políticas públicas. Una visión de América Latina y el Caribe, 1900-2002', *Estudios Económicos de Desarrollo Internacional* **6**(2), 90–118.
- Castañeda, T. (2005), 'Targeting Social Spending To The Poor With Proxy-Means Testing: Colombia's SISBEN System', *Social Protection Unit. Human Development Network. The World Bank*. [citado 21/03/2009].  
\*[http://tric.ru/files/2006/01/18/CD-Rom\\_20Content/pdfs/Papers/English/0529.pdf](http://tric.ru/files/2006/01/18/CD-Rom_20Content/pdfs/Papers/English/0529.pdf)
- Castaño, E. (2004), 'Elementos para una metodología del estudio de la calidad de vida', *Revista Electrónica La Sociología en sus Escenarios Centro de Estudios de Opinión*. [citado 21/04/2009].  
\*<http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/ceo/article/viewFile/1665/1317>
- Castaño, E. (2005), 'Evolución de las Condiciones de Vida y Reestimación del Indicador de Calidad de Vida para la Ciudad de Medellín', *Departamento Administrativo de Planeación de Medellín, Centro de estudios de opinión Facultad de Ciencias Sociales y Humanas Universidad de Antioquia*. [citado 21/04/2009].  
\*[http://www.medellin.gov.co/alcaldia/jsp/modulos/datosEstadisticos/obj/pdf\\_1620Informe\\_20Calculo\\_20ECV\\_202004.pdf](http://www.medellin.gov.co/alcaldia/jsp/modulos/datosEstadisticos/obj/pdf_1620Informe_20Calculo_20ECV_202004.pdf)
- Castro, A. & Carrillo, M. (2005), 'Análisis no lineal de variables categóricas de las encuestas de condiciones de vida para la construcción de un indicador de calidad de vida y de tipologías (difusas y no difusas) de la población ecuatoriana', *Escuela Politécnica Nacional. Departamento de Matemática. Escuela de Ciencias*. [citado 21/10/2009].  
\*[http://www.math.epn.edu.ec/fismat/fismat\\_mem2003/trab\\_carrillo-castro.pdf](http://www.math.epn.edu.ec/fismat/fismat_mem2003/trab_carrillo-castro.pdf)
- Cepal (1996), 'Competitividad sistémica', *Revista CEPAL* (59), 39–52. [citado 21/01/2009].  
\*<http://www.eclac.org/cgi-bin/getProd.asp?xml=/revista/noticias/articulo/CEPAL/2/19142/P19142.xml&xsl=/revista/tpl/p39f.xsl&base=/revista/tpl/topbottom.xsl>
- Charum, J., Montenegro, A. & Pardo, C. E. (1999), 'Sobre la gestión estratégica de la investigación y tecnología. un modelo de análisis para el seguimiento de las actividades científicas y tecnológicas reporte interno de investigación', *Departamento de Matemáticas y Estadística. Universidad Nacional de Colombia, Bogota* (72).
- Clementes, R. (1997), 'Guía completa de las normas ISO 14000', *Ediciones Gestión 2000 S.A. Barcelona*. [citado 02/02/2010].  
\*<http://www.infoagro.net/shared/docs/a6/ACF21A.pdf>
- Conpes (2007), 'Política nacional para la transformación productiva y la promoción de las micro, pequeñas y medianas empresas: un esfuerzo público-privado', (3484). [citado 20/03/2009].  
\*<http://www.snc.gov.co/Es/Politica/Documents/Conpes203484.pdf>
- Conpes (2008), 'Política nacional de competitividad y productividad', (3527). [citado 21/03/2009].  
\*<http://www.mincomercio.gov.co/eContent/documentos/competitividad/2008/Conpes3527.pdf>

- Corrales, M. (2010), Combinación del análisis factorial multiple y el análisis armónico cualitativo en la descripción de datos longitudinales cualitativos, Tesis para optar al título de Maestría en Ciencias Estadística, Universidad Nacional de Colombia.  
\*<http://www.docentes.unal.edu.co/cepardot/docs/TrabajosGrado/Corrales10tesis.pdf>
- Cortés, D., Gamboa, L. F. & González, J. (1999), 'ICV: Hacia una medida del estándar de vida', *Fedesarrollo-Coyuntura Social* (21), 159–180.
- DNP (2000), *Actualización del modelo de jerarquización y categorización de los departamentos y municipios año 2000*. [citado 21/09/2008].  
\*[http://www.dnp.gov.co/archivos/documentos/DDTS\\_Ordenamiento\\_Desarrollo\\_Territorial/3cIndemun2000.PDF](http://www.dnp.gov.co/archivos/documentos/DDTS_Ordenamiento_Desarrollo_Territorial/3cIndemun2000.PDF)
- Eckart, C. & Young, G. (1936), 'The approximation of one matrix by another of lower rank', *Psychometrika* 1, 211–218.
- Escobar, L. (2006), 'Indicadores sintéticos de calidad ambiental: un modelo general para grandes zonas urbanas', *Revista Eure* 32(96), 73–98.
- Escofier, B. & Pages, J. (1982), 'Comparaison de groupes de variables définies sur le meme ensemble d'individus', *Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique* (149).
- Escofier, B. & Pages, J. (1992), *Análisis factoriales simples y múltiples. Objetivos métodos e interpretación*, Universidad del País Vasco, Bilbao.
- Gamboa, L. F., Guerra, J. A., Casas, A. F. & Forero, N. Y. (2005), 'Cambios en calidad de vida en Colombia durante 1997-2003: otra aproximación', *Serie de documentos borradores de investigación Universidad del Rosario* (78). [citado 21/03/2008].  
\*<http://www.urosario.edu.co/economia/documentos/pdf/bi78.pdf>
- Garcia, I. & Abascal, E. (2004), 'A Methodology for Measuring Latent Variables Based on Multiple Factor Analysis', *Computational Statistics and Data Analysis* 45, 505–517.
- Garcia, T. & Puerta, C. (2008), 'Comparación temporal mediante un índice cuantitativo', *Revista de Economía Mundial* 18, 105–114.
- Garnica, E. (1997), 'El rendimiento estudiantil: una metodología para su medición', *Revista Economía. Instituto de Investigaciones Económicas y Sociales. Universidad de Los Andes* (13), 7–26. [citado 02/01/2010].  
\*[http://iies.faces.ula.ve/Revista/Articulos/Revista\\_13/Pdf/Rev13Garnica.pdf](http://iies.faces.ula.ve/Revista/Articulos/Revista_13/Pdf/Rev13Garnica.pdf)
- Gifi, A. (1990), *Nonlinear Multivariate Analysis*, John Wiley and Sons Ltd.
- Herrero, L. C., Figueroa, V. & Sanz, J. (2006), 'Las disparidades territoriales en Castilla y León: estudio de la convergencia económica a nivel municipal', *Revista de Investigación Económica y Social de Castilla y León* pp. 1–168.
- ISO (2000), 'Norma Internacional ISO 9000', *Secretaría Central de ISO en Ginebra. Suiza*. [citado 13/02/2010].  
\*[http://www.congresoson.gob.mx/ISO/ISO-9000-2005\\_Fundamentos\\_y\\_Vocabulario.pdf](http://www.congresoson.gob.mx/ISO/ISO-9000-2005_Fundamentos_y_Vocabulario.pdf)

- Johnson, P. (2008), 'ISO 9001:2008 Resumen de Cambios', *Perry Johnson Registrars, Inc.* . [citado 13/08/2009].  
\*[http://www.pjr.com/spanish/downloads/Explanation\\_Changes.pdf](http://www.pjr.com/spanish/downloads/Explanation_Changes.pdf)
- Lebart, L., Morineau, A. & Piron, M. (1995), *Statistique Exploratoire Multidimensionnelle*, Dunod.
- Lever, W. F. & Turok, I. (1999), 'Competitive Cities: Introduction to the Review', *Urban Stud* **36**(5 6), 791–793.
- Marcelo, D. & Villa, J. M. (2004), 'IHS: Hacia una medida de la satisfacción de hogares desde el punto de vista de la oferta de trabajo', *Archivos de Investigación. Pontificia Universidad Javeriana. Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas. Instituto de Políticas de Desarrollo* pp. 1–28.
- Martínez, L. C. (2004), 'Una perspectiva crítica del proyecto de estratificación', *Secretaria Distrital de Planeación* . [citado 21/10/2009].  
\*[http://www.sdp.gov.co/www/resources/bvi\\_una\\_perspectiva\\_critica\\_del\\_proyecto\\_de\\_estratificacion](http://www.sdp.gov.co/www/resources/bvi_una_perspectiva_critica_del_proyecto_de_estratificacion)
- Michailidis, G. & de Leeuw, J. (1998), 'The Gifi System of Descriptive Multivariate Analysis', *Statistical Science* **13**(4), 307–336.
- Montenegro, A. (1999), 'Construcción de modelos de medición. El caso de la actividad científica. En: Zalamea. Memorias del Seminario "Contextos Investigativos e Indicadores Academicos"', *Universidad Nacional de Colombia, Bogota* pp. 1–45.
- Nina, E., Grillo, S. & Karpf, E. (2007), 'Cuál es el mejor indicador de pobreza en Colombia para la orientación del gasto público social?', *Papel Político* **12**(1), 1–6. [citado 21/08/2009].  
\*<http://www.scielo.org.co/pdf/papel/v12n1/v12n1a06.pdf>
- Ocampo, M. & Forondaz, C. A. (2007), 'Estudio de la calidad de vida en Bolivia: Metodología y Medición', *Investigación y Desarrollo* (7), 1–20.
- Olaya, D. (2000), Construcción y análisis estadístico de índices sintéticos en ciencias sociales y humanas, Trabajo de grado para optar al título de estadística, Universidad Nacional de Colombia.
- Ortiz, J. (2004), 'Descripción de datos numéricos multivariados', *Universidad Nacional de Colombia, Bogotá* .
- Oster, S. (2000), *Análisis moderno de la competitividad*, Oxford University Press.
- Porter, M. (1990), *La Ventaja Competitiva de las Naciones*, Vergara. Buenos Aires.
- Porter, M. (1996), *What is Strategy*, Harvard Business Review.
- Prahalad, C. K. & Ramaswamy, V. (2004), *The future of competition*, Harvard Business School Press.



- Quintero, J., López, L. F., Guardo, L. L., Villadiego, P. & García, A. (2008), 'Indicador global de competitividad de las ciudades colombianas, 2008: El caso de cartagena de indias', *Alianza del Observatorio del Caribe Colombiano y la Cámara de Comercio de Cartagena*. [citado 21/03/2009].  
\*[http://www.ocaribe.org/docs/2009070133\\_competitividad13.pdf](http://www.ocaribe.org/docs/2009070133_competitividad13.pdf)
- Rodriguez, M. J. (2002), Modelos sociodemográficos: Atlas social de la ciudad de Alicante, Tesis para optar al título de Doctorado en Ciencias Económicas, Universidad de Alicante, Facultad de Ciencias Económicas. Sociología.
- Román, R. E. (2004), *Teorías y mediciones de competitividad: una perspectiva*, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- SAS (1990), *Technical Report R-108 Algorithms for the Prinqual and TRANSREG Procedures*. [citado 21/03/2008].  
\*[http://support.sas.com/kb/23/addl/fusion\\_23806\\_1\\_r108\\_59040.pdf](http://support.sas.com/kb/23/addl/fusion_23806_1_r108_59040.pdf)
- SAS (2007), Cary, NC: SAS Institute Inc. SAS OnlineDoc 9.2.
- SDP (2008), 'Metodología de cálculo de indicadores de coyuntura social', *Secretaría Distrital de Planeación. Bogotá*. [citado 02/02/2008].  
\*<http://www.sdp.gov.co/www/resources/indicador.doc>
- Skinner, W. (1969), 'Manufacturing missing link in corporate strategy', *Harvard Business Review* **47**(3), 136–145.
- Sobrinho, L. J. (2003), *Competitividad de las ciudades en México*, Centro de Estudios Demográficos y de Desarrollo Urbano, Colegio de México.
- Tecnimat (2009), Construcción de un índice de competitividad y un sistema de indicadores de asociatividad para las Pymes prestadoras de servicios a ECOPETROL en Barranabermeja, Technical report, Departamento de Matemáticas. Universidad Central.
- Tenenhaus, M. (1977), 'Analyse en composantes principales d' un ensemble de variables nominales ou numeriques', *Revue de statistique appliquee* **25**(2). [citado 21/04/2009].  
\*[http://archive.numdam.org/ARCHIVE/RSA/RSA\\_1977\\_25\\_2/RSA\\_1977\\_25\\_2\\_39/RSA\\_0\\_1977\\_25\\_2\\_39\\_0.pdf](http://archive.numdam.org/ARCHIVE/RSA/RSA_1977_25_2/RSA_1977_25_2_39/RSA_0_1977_25_2_39_0.pdf)
- Vertel, M. (2009), Comparación entre el Análisis Canónico de Correspondencias y el Análisis Factorial Multiple en tablas de frecuencias y variables continuas, Tesis para optar al título de Maestría en Ciencias Estadística, Universidad Nacional de Colombia.  
\*<http://www.docentes.unal.edu.co/cepardot/docs/TrabajosGrado/TesisVertel09.pdf>
- Vélez, C. E., Castaño, E. & Deutsch, R. (1999), 'Una interpretación económica del sistema de focalización de programas sociales: el caso del Sisben en Colombia', *Coyuntura Social* pp. 127–158.
- Yoguel, G., Moori, V. & Angelleli, P. (1999), 'Los problemas del entorno de negocios: el desarrollo competitivo de las pymes argentinas', *Fundes*. [citado 15/06/2008].  
\*<http://www.littec.ungs.edu.ar/e-books/UNGS-FUNDES.pdf>

- 
- Young, F. W. (1981), 'Quantitative analysis of qualitative data', *Psychometrika* **46**(4), 357–388.
- Young, F. W., Takane, Y. & de Leeuw, J. (1978), 'The principal components of mixed measurement level multivariate data: an alternating least squares method with optimal scaling features', *Psychometrika* **43**(2), 279–281.