

3.1. POSICIONES DE UN PLANETA INTERIOR Y DE UNO EXTERIOR

Tomando el Sol como centro se dibujan las órbitas de tres planetas; sean ellos Venus, Tierra y Marte respectivamente a partir del Sol.

Si la traslación de los planetas es retrógrada con relación a la estrella Polar y las velocidades orbitales resultan poco diferentes, los períodos (años) de los planetas difieren y las posiciones de ellos son las siguientes, vistas desde la Tierra y con relación al Sol.

Como asunto fundamental, las estrellas parecen fijas o firmes en el cielo o **firmamento**, mientras los planetas son **errantes**.

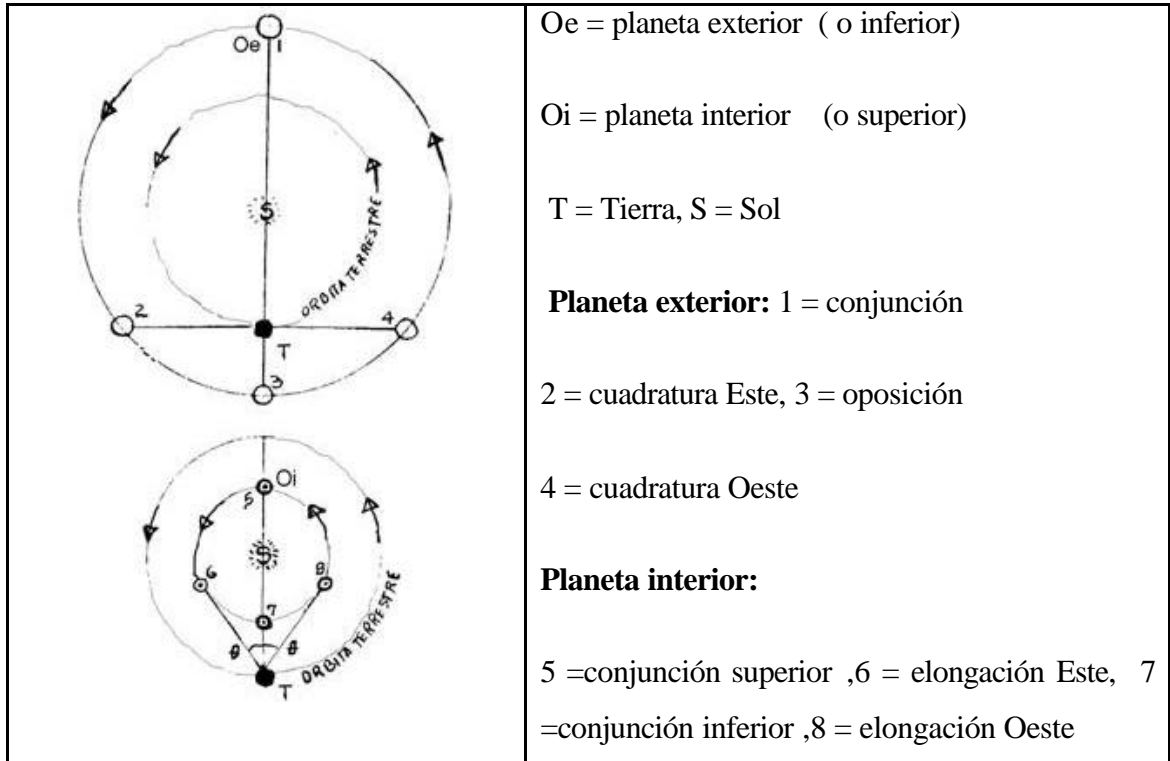


Figura 3.1. Posiciones Planetarias: puntos notables para un planeta exterior a la Tierra (arriba) y para un planeta interior a la Tierra (abajo).

Nos preguntamos ahora ¿Cómo diferenciar planetas de estrellas y planetas entre sí?

Es importante **diferenciar los planetas de las estrellas**. Los primeros no titilan, las estrellas sí. Ello se debe a la atmósfera.

Por la enorme distancia que nos separa de las estrellas, sólo nos llega de cada una de ellas un rayo de luz. Por los movimientos del aire, ese rayo se desvía intermitentemente y la estrella titila.

De los planetas, llegan muchos rayos de luz, simultáneamente, hasta el ojo del observador. Cuando uno de ellos se desvía a causa del aire, otro toma de inmediato su posición.

Pero también es importante **diferenciar los planetas entre sí**. Los planetas interiores no pueden ser vistos a media noche, como ocurre con planetas exteriores, que tienen oposición. Los primeros, según su elongación, serán visibles horas o minutos después del atardecer o antes de la madrugada.

El color rojo o anaranjado de Marte y Saturno más intenso en el primero y el color blanco de Venus y Júpiter, contribuye también a la diferenciación del planeta. Pero adicionalmente, las fases y los movimientos que muestre el astro son importantes.

- a) Los planetas interiores, como Mercurio y Venus, tienen las cuatro fases de la Luna: como se muestra en la fig. 3.2.

El brillo de Venus es variable en el cielo. Las posiciones interesantes a registrar son las ocultaciones con la Luna y los tránsitos por adelante y por atrás del Sol.

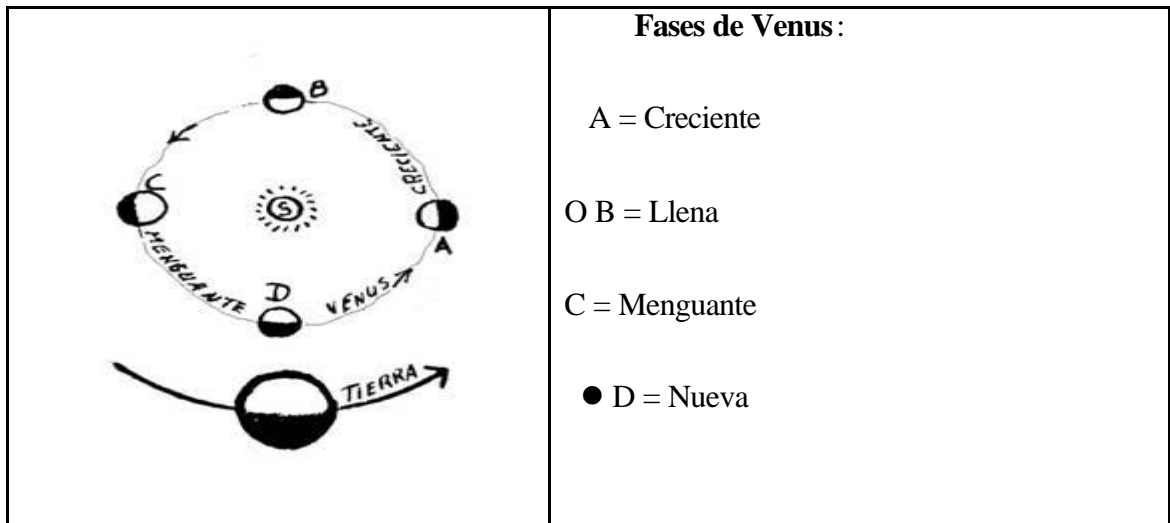


Figura 3.2 Fases de Venus: Cara iluminada de la Tierra, y de un planeta interior, de acuerdo al sistema Tierra-Planeta-Sol.

- b) Los planetas exteriores próximos (Marte, Júpiter y Saturno) son visibles y hacen bucles. La fig. 3.3 muestra el movimiento retrógrado de un planeta exterior, como Marte.

- c) Los planetas interiores pueden ofrecer tránsito y ocultación durante sus conjunciones, mientras los exteriores sólo ocultaciones por el disco solar. Los exteriores, pueden tener oposiciones, no los interiores.

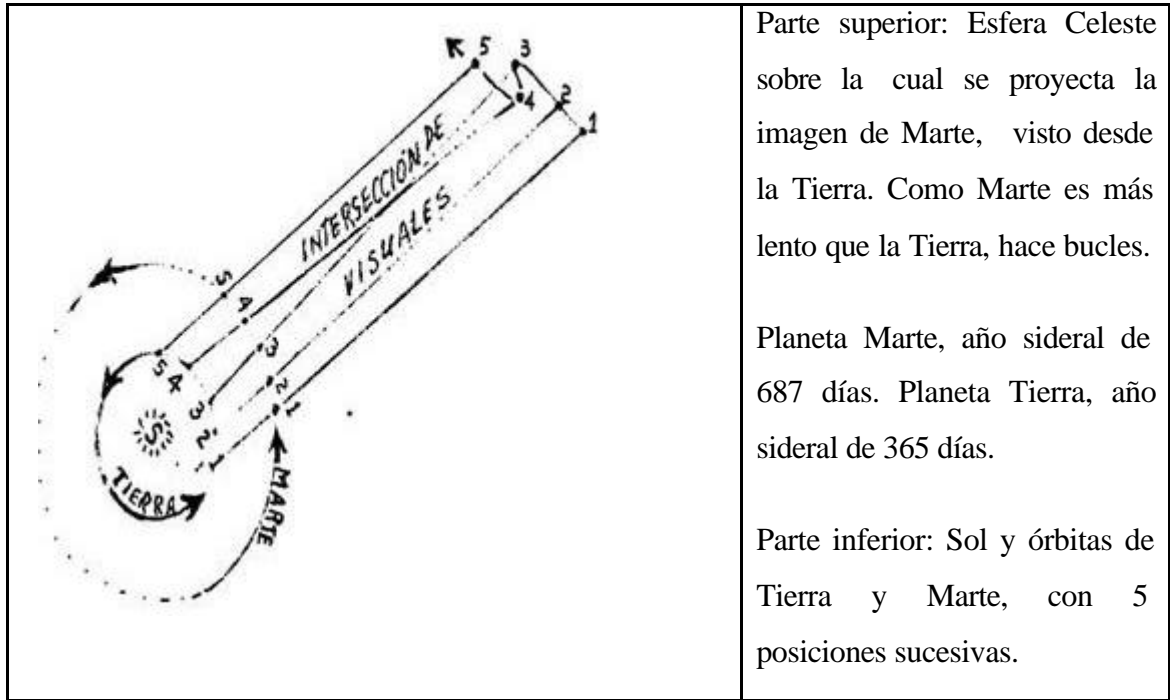


Figura 3.3 Movimiento retrógrado de Marte: la imagen de Marte proyectada sobre la esfera celeste, hace un bucle entre las posiciones 3 y 4.

3.2. VALORES PARA LAS CONFIGURACIONES DE LOS PLANETAS

Se pueden evaluar las posiciones notables de los planetas utilizando este sistema de referencia. En la astrología, resulta de común uso el conocimiento de las fechas en que se dan posiciones con los ángulos geocéntricos notables de 0° 30° 60° 90° 120° y 180° entre constelaciones zodiacales y planetas, para aplicar sus significados (o los contrarios) a las personas, según la fecha de nacimiento. Véase fig. 3.1.

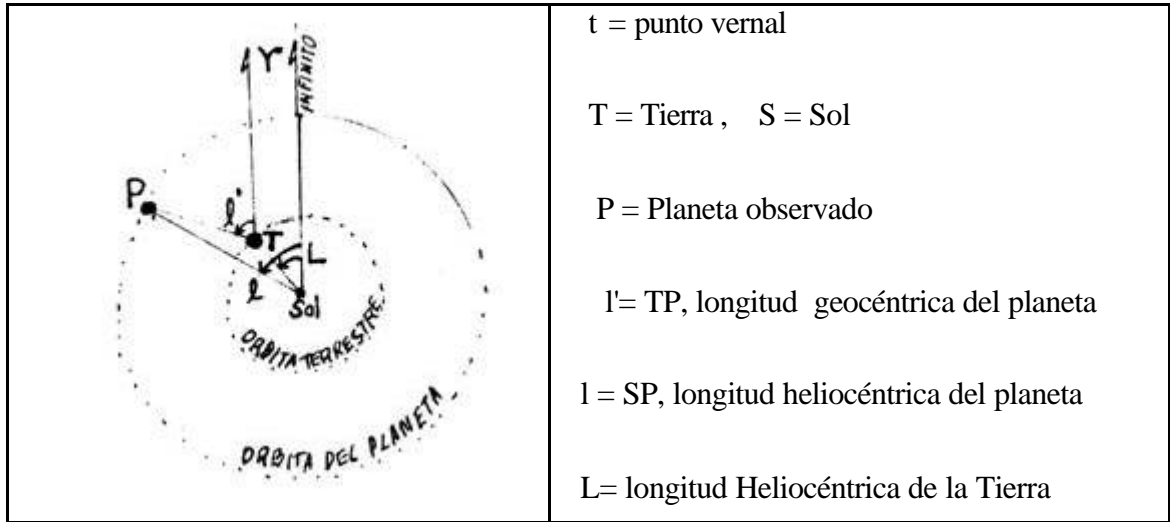


Figura 3.4 Longitudes geocéntrica y heliocéntrica: son los valores angulares para un planeta, tomando como centro la Tierra o el Sol:

En astronomía, las posiciones de interés son las que permiten llegar a las efemérides, con las cuales se calculan posiciones en tierra o mar. Para incluir en las efemérides las fechas de los tránsitos y las oposiciones, debe partirse de los valores de las configuraciones planetarias, expresados en función de la diferencia $l-L$.

Conjunción inferior $l - L = 0^\circ$

Conjunción superior $l - L = 180^\circ$

Elongación W $l - L = 90^\circ - ?$

Elongación E $l - L = 270^\circ - ?$

Conjunción $l - L = 180^\circ$

Oposición $1 - L = 0^\circ$

Para Mercurio $\theta = 27^\circ$ y para Venus $\theta = 48^\circ$

3.3. LEYES DE KEPLER

Johannes Kepler, basado en las posiciones de Marte, que Tycho Brahe observó y midió, publica en 1609 las dos primeras leyes del movimiento planetario y en 1619 la Tercera ley.

Estas leyes permiten consolidar el esquema heliocéntrico, mejorar las predicciones astronómicas y dimensionar el tamaño del sistema solar.

1. Cada uno de los planetas se mueve siguiendo una órbita en forma de **elipse**, en uno de cuyos focos se encuentra el Sol.
2. Al moverse un planeta, su radio vector (línea planeta Sol) describe iguales **áreas** en iguales intervalos de tiempo.

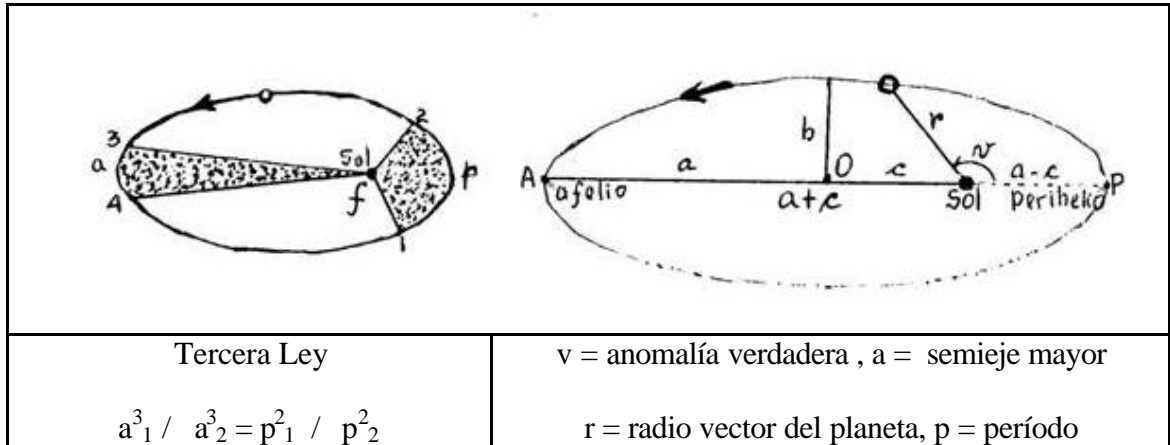


Figura 3.5 Representación de las leyes de Kepler: Órbita elíptica de un planeta, con el Sol en uno de sus focos. A la izquierda se ilustra la segunda ley y a la derecha la primera. Abajo, la expresión para la tercera ley.

3. Los cuadrados de los **períodos de revolución** sidéreos de los planetas, son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de sus órbitas (a los cubos de sus distancias medias al Sol). Ver fig. 3.5.

De acuerdo a la fig. 3.5 y a la fig. 3.6, la línea de los ápsides es la recta del afelio al perihelio, cuya longitud es $2a$, siendo a , el semieje mayor de la elipse. Siendo F el foco de la elipse ocupado por el Sol como centro de masa, A el afelio y P el perihelio del planeta, como O es el centro geométrico de la elipse, tenemos:

$$AO = OP = a$$

$$OF = c$$

$$e = c/a = \text{excentricidad}$$

Definida la **excentricidad e**, como el cociente entre los valores anteriores, los tipos de órbitas podrán ser:

Orbita parabólica si **$e = 1$**

Orbita elíptica si **$0 < e < 1$**

Orbita circular si **$e = 0$**

También, la distancia máxima entre el Sol y el planeta, AF, y la distancia mínima FP, están dadas por

$$AF = a(1 + e)$$

$$FP = a(1 - e)$$

En el segundo miembro de cada ecuación **a** representa el valor del semieje mayor de la elipse y **e** su excentricidad.

3.4. ELEMENTOS DE LAS ORBITAS PLANETARIAS

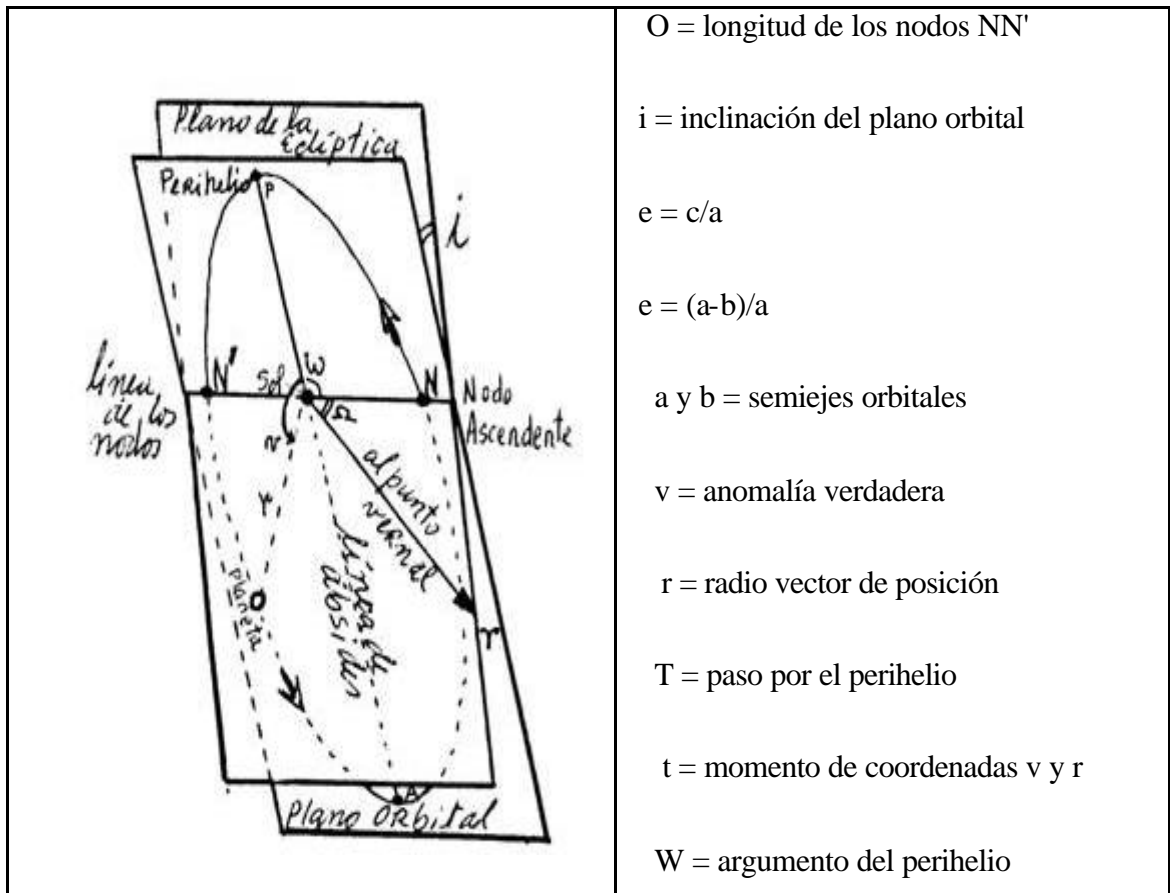
Los elementos de una órbita sirven para determinar la órbita de un satélite, un planeta, etc.

Supongamos que el plano de una órbita, se describe con relación al plano de la eclíptica. En consecuencia se debe conocer la inclinación de ambos planos, la línea de intersección entre ellos, la geometría de la órbita elíptica y la posición de esa elipse, entre otras variables.

A modo de ejemplo, los elementos de la órbita del cometa Halley (órbita número 33 del International Halley Watch) son:

- instante de paso por el perihelio 1986 febrero 9, 45862,
- distancia al Sol en el perihelio 0,5871012 UA,
- excentricidad 0,9672750, argumento del perihelio $111^{\circ},84652$,
- longitud del nodo ascendente $58^{\circ},14341$,&
- inclinación $162^{\circ},23921$.

Para ilustrar los comentarios veamos la fig. 3.6 siguiente:



O = longitud de los nodos NN'

i = inclinación del plano orbital

$e = c/a$

$e = (a-b)/a$

a y b = semiejes orbitales

v = anomalía verdadera

r = radio vector de posición

T = paso por el perihelio

t = momento de coordenadas v y r

W = argumento del perihelio

Figura 3.6 Elementos de una órbita: Intersección entre un plano orbital y la eclíptica, para describir los elementos de una órbita planetaria.

3.5. ECLIPSES DE SOL Y DE LUNA

Los eclipses de Sol tienen lugar en **novilunio**; los eclipses de Luna, en **plenilunio** y cuando la Luna está situada en el plano de la órbita terrestre o en la vecindad inmediata del nodo ascendente o descendente. En el primer caso, la Luna oculta en mayor o menor

Gonzalo Duque-Escobar

medida al Sol; en el segundo, la Luna desaparece total o parcialmente en la sombra de la Tierra.

Las condiciones anteriores hacen que los eclipses se produzcan separados por medio año aproximadamente. En efecto, si los nodos de la órbita lunar están en las proximidades del equinoccio de primavera y otoño sobre la eclíptica, es de prever que haya eclipses de Sol en la Luna Nueva apareciendo en torno al 21 de marzo y al 23 de septiembre, respectivamente, y eclipse de Luna en la fase de plenilunio que se dé en ese mismo intervalo. Por término medio hay anualmente 2 a 3 eclipses de Sol y de 1 a 5 eclipses de Luna. Ahora bien, como la línea de nodos es retrógrada, se van adelantando los eclipses de año en año, repitiéndose exactamente igual al cabo de unos 18 años.

La duración exacta de este **período de Saros** se puede calcular, si se tienen en cuenta que 223 meses sinódicos equivalen casi exactamente a 242 meses dracónicos: 18 a 10,3216 d frente a 18 a 10,3592 d. La pequeña diferencia de 0,0376 d hace, sin embargo, que los ciclos de Saros de eclipses iguales se desfasen de nuevo al cabo de algunos milenios.

3.5.1. Eclipses de Sol

En los eclipses de Sol hay que distinguir las siguientes formas:

1. Eclipses parciales: en los cuales la Luna nueva sólo oculta una parte del disco solar. El observador está situado entonces en la **penumbra** de la Luna.

2. Eclipses totales: en los cuales queda oculto el disco solar entero. El observador se halla en la **umbra** de la sombra que proyecta la Luna. Dado que esta sombra sobre la superficie terrestre sólo tiene un diámetro máximo de 200 km, los eclipses totales sólo son visibles desde una región muy limitada. Debido al efecto conjunto del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra y de la rotación de ésta, la sombra de la Luna se desplaza con una velocidad de unos 28 km/min. por encima de la superficie terrestre (en el ecuador) y barre una banda de totalidad (casi siempre de W a E) sobre la cual se va observando sucesivamente un eclipse total de Sol. La totalidad dura un máximo de 8 minutos; en ese intervalo el cielo se oscurece hasta el punto de hacerse visibles muchas estrellas y planetas. Alrededor del disco solar oculto aparece el anillo luminoso de la corona.

3. Eclipse anular: en el cual se hace visible un anillo del disco solar. Si la Luna está cerca de su **apogeo** (a la mayor distancia de la Tierra), entonces el diámetro angular de su disco es tan pequeño que no se produce un eclipse total sino anular.

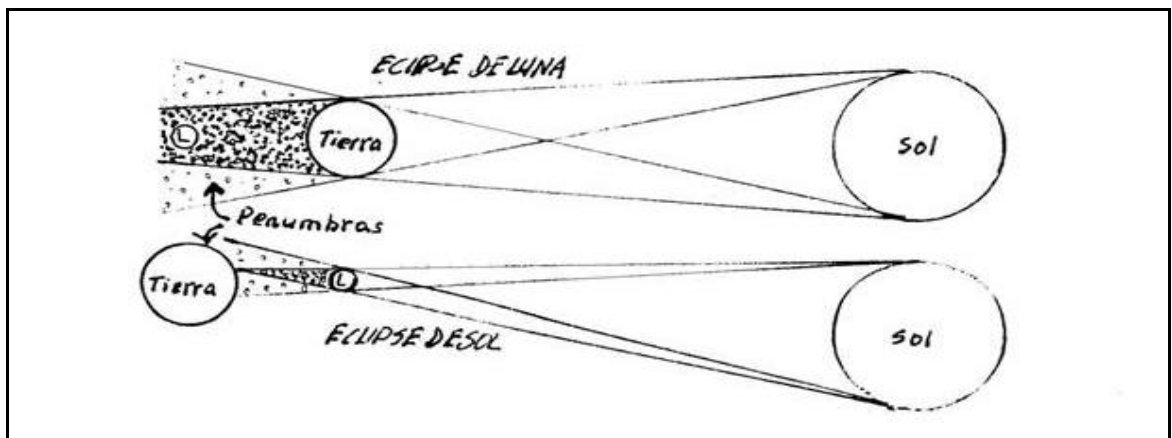


Figura 3.7 Eclipses de Luna y de Sol: Arriba, de Luna y abajo de Sol. En el caso del eclipse de sol, si el cono de la umbra no alcanza la tierra, se produce eclipse anular.

3.5.2. Eclipses de Luna

Los eclipses de Luna, a diferencia de los de Sol, son visibles desde una zona geográfica mucho mayor; concretamente desde todo el **lado nocturno** de la Tierra que tiene la Luna llena sobre el horizonte. La zona de visibilidad es incluso mayor al 50% de la superficie terrestre, debido a que los eclipses de Luna llegan a durar hasta un máximo de 3½ horas.

La sombra que proyecta la Tierra aparece algo aclarada y suele mostrar una coloración rojiza. Incluso en un eclipse total de Luna, es raro que la Luna desaparezca del todo. El fenómeno se debe a la atmósfera terrestre: los rayos de Sol que inciden tangencialmente en ella se refractan y penetran en el **cono de sombra** proyectado por la Tierra, y es la luz rojiza de longitud de onda larga la que pasa con más facilidad. El tipo de coloración y el grado de obscurecimiento en un eclipse de Luna dependen de las condiciones atmosféricas de la Tierra, pero a veces también, del contenido de polvo de la atmósfera, habiéndose observado eclipses oscuros después de erupciones volcánicas.

3.6. LEY DE LA GRAVITACIÓN

La ley de la gravitación enunciada por Isaac Newton, dice que todas las masas del Universo se atraen mutuamente con una fuerza **F** que es proporcional al producto de las dos masas **m₁** y **m₂** e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia **r**, así:

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} \mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2 / r_t^2$$

Donde **G** es la constante gravitatoria universal.

Para calcular la gravedad en la superficie de la Luna y compararla con la de la Tierra, imaginemos la Tierra o la Luna de forma esférica y despreciemos los efectos de su rotación. La fuerza de la gravedad en la superficie de la Tierra, es g_t , cuyo valor está dado por:

$$g_t = \mathbf{G} \mathbf{m}_t / r_t^2$$

Hemos denominado m_t y r_t a la masa y radio de la Tierra. Además **G** es la constante de gravitación. El valor de la aceleración g_l en la superficie de la Luna, si su masa y radio son m_l y r_l , esta dado por una expresión análoga:

$$g_l = \mathbf{G} \mathbf{m}_l / r_l^2$$

Dividiendo entre sí ambas ecuaciones se obtiene la relación de las fuerzas de gravedad, al reemplazar numéricamente masas y radios, que para el efecto es seis veces mayor en la Tierra.

Gonzalo Duque-Escobar

De la ley gravitatoria se pueden deducir las leyes de Kepler. La tercera, para un planeta de masa **m** dice:

$$\frac{a^3}{p^2(M + m)} = \frac{G}{4p^2}$$

Donde **M** es la masa del Sol y **a** la distancia Sol-Planeta

Un planeta se haya en una órbita estable cuando no se precipita hacia el Sol, como consecuencia de la fuerza de gravedad, ni sale despedido de la órbita como consecuencia de la fuerza centrífuga. La fuerza de gravedad del Sol y la fuerza centrífuga tienen que equilibrarse mutuamente.

La fuerza centrífuga C depende de la masa **m** del planeta, de su velocidad orbital **v** y del radio de curvatura **r** de la órbita, es decir, de la distancia planeta- Sol.

$$C = mv^2/r$$

Cálculo de la masa de un planeta con satélite. Tomemos el Sol de masa **M**, el planeta de masa **m** y el satélite de masa **Ms**. Sean los períodos **p** del planeta y **Ps** del satélite, y **G** la constante de gravitación de Newton. Las fórmulas más exactas en la tercera ley, nos permiten decir que:

Planeta vs. Sol:

$$p^2(m + M) = \frac{4p^2}{G} a^3 \quad (\text{I})$$

Satélite vs. Planeta:

$$p_s^2(m_s + M) = \frac{4p_s^2}{G} a_s^3 \quad (\text{II})$$

Dividiendo las ecuaciones I y II tenemos:

$$\frac{p^2(m + M)}{p_s^2(m_s + m)} = \frac{a^3}{a_s^3} \quad \text{es decir} \quad \frac{p^2}{p_s^2} \left(1 + \frac{M}{m}\right) = \frac{a^3}{a_s^3}$$

Hemos dividido por m y considerado m_s/m despreciable. Luego:

$$\left(\frac{M}{m}\right) = \left(\frac{a}{a_s}\right)^3 \left(\frac{p}{p_s}\right)^2 - 1$$

\therefore Con lo cual, como M/m se conoce, sale m .

3.7. ROTACIÓN DE DOS CUERPOS ALREDEDOR DE UN CENTRO DE MASA

El esquema muestra un sistema doble, conformado por dos soles que se orbitan entre sí. Las dos órbitas están en el mismo plano y los focos de las órbitas deben alinearse y disponerse de tal manera que ambas tengan un foco común en el centro de masa.

Gonzalo Duque-Escobar

Los sistemas de tres y más cuerpos presentan varias soluciones, razón por la cual dichos sistemas múltiples resultan indeterminados. Sea **a** el centro de masa del sistema.

Al tratarse de elipses, siendo A_1 y A_2 los semiejes mayores, la distancia entre los dos cuerpos $d_1 + d_2$, será el producto entre uno de los semiejes y la razón de las masas X/Y o Y/X según se trate de A_1 o A_2 .

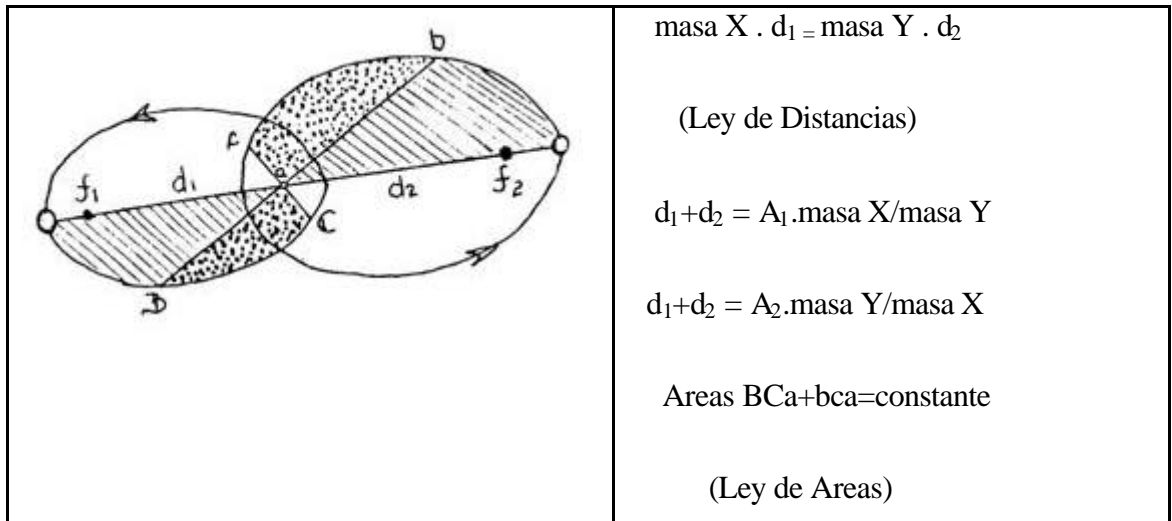


Figura 3.8 Problema de los dos cuerpos: Dos estrellas girando alrededor de un centro de masa “a”, para ilustrar el problema de dos cuerpos.

En este arreglo geométrico el período de los planetas es el mismo (condición de alineamiento con el centro de masa **a**), al igual que la excentricidad de las elipses (por la relación anterior).

Si la **masa** de un cuerpo **X** resulta insignificante, comparada con la de su compañero **Y**, como el caso del sistema Luna-Tierra o del sistema Tierra-Sol, el centro de masa coincide prácticamente con la masa Y, y la distancia total ($d_1 + d_2$) se hace semejante a d_1 .

En este caso el segundo cuerpo de gran masa puede considerarse en reposo, como primera aproximación, para que el primero describa una órbita elíptica, cuyo semieje será la suma de los semiejes $A_1 + A_2$ con el segundo en uno de sus focos, de la manera que se ha ilustrado en las leyes de Kepler.

Para el caso de dos cuerpos con **masas similares**, la órbita es también una elipse cuyo semieje mayor es igual a la suma de los semiejes $A_1 + A_2$.

Ilustraremos el caso del sistema Tierra-Luna, haciendo uso de los siguientes valores para conocer que tan cerca de la Tierra, y lejos de la Luna, se encuentra el centro de masa a:

Relación de masas entre la Tierra y la Luna $m_T/m_L = 81$ (1)

Distancia media entre la Tierra y la Luna $(d_T + d_L) = 384400$ km (2)

Por lo visto en la relación de la fig. 3.8 $1/81 = d_T/d_L$

De las dos últimas ecuaciones (1) y (2) $d_T = 384400 - 81 d_L$

Gonzalo Duque-Escobar

Se obtiene de la anterior ecuación una distancia d_T de 4700 km, valor que, comparado del radio de la Tierra de 6378 km, nos dice que el centro de masa, alrededor del cual orbitan la Luna y la Tierra, queda en el manto de la Tierra y a una profundidad del orden de 1678 km, medidos desde su superficie.

3.8. VELOCIDAD ORBITAL

¿A qué velocidad debe girar la Tierra para **mantenerse en órbita**?

Si gira muy rápido escapa, si gira muy lento cae al Sol.

Calcularemos V_1 y V_2 que son las **velocidades límites** para el giro del planeta.

Fórmula General

$$V^2 = G(M + m) \left[\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right]$$

Si $r = a$: la trayectoria es circular y se obtiene la primera velocidad de escape, que es

$$V_1 = \sqrt{\frac{G(M + m)}{r}}$$

Si a es infinito: la trayectoria es parabólica y se obtiene la segunda velocidad de escape que es

$$V^2 = \sqrt{\frac{2G(M + m)}{r}}$$

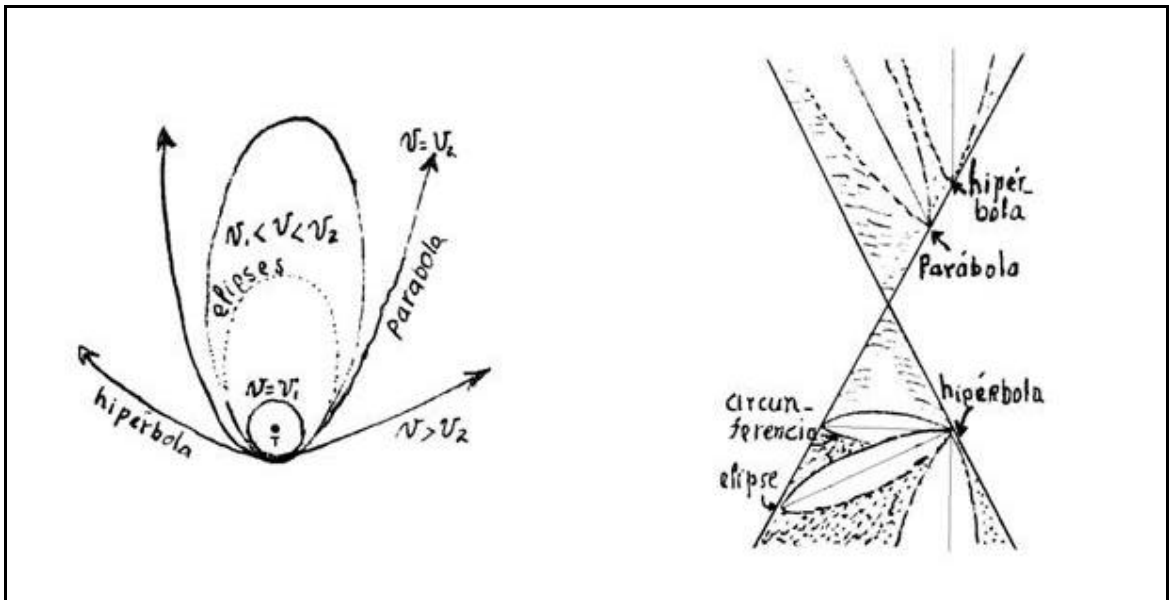


Figura 3.9 Las Cónicas: Superficie cónica, que intersecada por un plano, genera las cónicas.

Gonzalo Duque-Escobar

Igualmente, en caso de órbita elíptica, la velocidad es variable, pero su valor máximo, en el perihelio, no supera V_2 y su valor mínimo, en el afelio, no resulta inferior a V_1 .

Llamando a ambas velocidades V_p y V_a respectivamente, en una órbita de excentricidad e , se debe cumplir que:

$$(1 - e)V_p = (1 + e)V_a$$

De la segunda velocidad de escape depende que un cuerpo celeste tenga atmósfera, pues dicho valor se compara con la velocidad térmica de las moléculas de gas dada por la siguiente expresión que involucra la temperatura ambiental T y la masa molecular m :

$$V \approx \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

Mientras la segunda velocidad de escape en la Tierra, es de 11,2 km/s, las velocidades térmicas moleculares de los gases ligeros a la temperatura de 300^0 K, son: para el hidrógeno, 1,1 km/s y para el helio, 0,8 km/s. Para el oxígeno y el nitrógeno, los valores son del orden de los 0,3km/s.